



Resumo

Neste trabalho estudamos o condicionamento das matrizes de um problema de transporte de nêutrons para meios não-multiplicativos, em geometria cartesiana tridimensional, com espalhamento isotrópico e um grupo de energia. Essas matrizes surgem quando aplicamos a Transformada de Laplace nas equações nodais unidimensionais, obtidas através da integração dupla das equações SN tridimensionais.

Palavras-chave: Condicionamento, Determinante Normalizado, Transporte de Nêutrons

$$\sqrt{1 - \xi_m^2} \left[\mu_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial x}(x, y, z) + \eta_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial y}(x, y, z) + \xi_m \frac{\partial \Psi_m}{\partial z}(x, y, z) + \sigma_i \Psi_m(x, y, z) \right] = Q(x, y, z) + \frac{1}{8} \sum_{n=1}^M \omega_n \Psi_n(x, y, z) \sigma_s.$$

N ordem da quadratura angular

$M = N(N+2)$ cardinalidade do conjunto de ordenadas discretas (número de direções discretas)

$\Omega_m = (\mu_m, \eta_m, \xi_m)$ direção discreta, $m = 1 : M$

σ secção de choque macroscópica total

σ secção de choque macroscópica para espalhamento isotrópico

ω_m peso na quadratura angular usada

$$(sI - A_x) \bar{\Psi}_x(s) = \Psi_x(0) + \bar{S}_x(s)$$

$$A_x(i, j) = \begin{cases} -\frac{8\sigma_i - \sigma_{sij} \omega_i}{8\mu_i \sqrt{1 - \xi_m^2}} & \text{se } i = j; \\ \frac{\sigma_{sij} \omega_j}{8\mu_i \sqrt{1 - \xi_m^2}} & \text{se } i \neq j. \end{cases}$$

Dados de entrada:

Level	n	μ_n	W_n^*
S4	1	0.3500212	0.3333333
	2	0.8688903	
S6	1	0.2666355	0.1761263
	2	0.6815076	0.1572071
	3	0.9261808	
S8	1	0.2182179	0.1209877
	2	0.5773503	0.0907407
	3	0.7867958	0.0925926
	4	0.9511897	
S12	1	0.1672126	0.0707626
	2	0.4595476	0.0558811
	3	0.6280191	0.0373377
	4	0.7600210	0.0502819
	5	0.8722706	0.0258513
	6	0.9716377	
S16	1	0.1389568	0.0489872
	2	0.3922893	0.0413296
	3	0.5370966	0.0212326
	4	0.6504264	0.0256207
	5	0.7467506	0.0360486
	6	0.8319966	0.0144589
	7	0.9092855	0.0344958
	8	0.9805009	0.0085179

Medidas de condicionamento

Um problema é dito mal condicionado quando um pequeno arredondamento num dado de entrada muda muito os dados de saída.

1) Determine Normalizado

$$\text{NORM}|A| = \frac{\det A}{\alpha_1 \alpha_2 \Lambda \alpha_n}$$

$$\text{onde } \alpha_k = \sqrt{a_{k1}^2 + a_{k2}^2 + \Lambda a_{kn}^2}$$

$$e^{-1} \leq \text{Norm}|A| \leq 1$$

2) N° de Condicionamento

$$\text{Cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

Quanto maior o número de condicionamento mais mal condicionada é a matriz A

Matriz de Hilbert

Consideremos a matriz de Hilbert de ordem n, $H_n = [h_{ij}]$, com seus elementos genéricos definidos por

$$h[i, j] = \frac{1}{i + j - 1}, \quad i, j = 1 : n,$$

H_n é um exemplo clássico de matriz mal condicionada.

Quanto maior for n, mais mal condicionada é H_n .

Resultados Numéricos:

Tabela 1

MEDIDAS DE CONDICIONAMENTO DA MATRIZ A_x PARA $\sigma_T = 1$ e $\sigma_s = 0,5$				
N	M	Cond (A_x)	Cond (Hilbert (M))	Norm (A_x)
2	8	2,750000003	0.3387279110 × 10 ¹¹	0,741272561
4	24	10,54035308	0.8143260702 × 10 ³⁵	0,731862358
6	48	19,48018418	0.3790161700 × 10 ⁷²	0,729366883
8	80	29,94193185	0.3241570659 × 10 ¹²¹	0,727090902
12	168	52,24563524	0,1398244707 × 10 ²⁵⁶	0,720383668
16	288	76,45172277	0.6306068564 × 10 ⁴³⁹	0,710919131

Tabela 2

MEDIDAS DE CONDICIONAMENTO DA MATRIZ A_x PARA $\sigma_T = 1$ e $\sigma_s = 0,99$				
N	M	Cond (A_x)	Cond (Hilbert (M))	Norm (A_x)
2	8	174,2499995	0.3387279110 × 10 ¹¹	0,01705868380
4	24	486,7351463	0.8143260702 × 10 ³⁵	0,01666396008
6	48	846,2383160	0.3790161700 × 10 ⁷²	0,01654811580
8	80	1265,134545	0.3241570659 × 10 ¹²¹	0,01638787919
12	168	2158,799038	0,1398244707 × 10 ²⁵⁶	0,01583414077
16	288	3128,594204	0.6306068564 × 10 ⁴³⁹	0,01504530679

Conclusão

Os números de condicionamento das matrizes dependem dos parâmetros de entrada. Conforme observamos nas tabelas 1 e 2, o valor do determinante normalizado permite concluir que as matrizes são bem condicionadas

para $\sigma_T = 1$ e $\sigma_s = 0,5$ e mal condicionadas para $\sigma_T = 1$ e $\sigma_s = 0,99$.

Referências

1. E. B. Hauser, "Estudo e Solução da Equação de Transporte de Nêutrons Bidimensional pelo Método LTS_N Para Elevadas Ordens de Quadraturas Angulares: LTS_{2D} - Diag e LTS_{2D} - DiagExp", Tese de Doutorado, PROMEC, UFRGS, Porto Alegre, RS, 2002.

2. E. Lewis, W. Miller, "Computational Methods of Neutron Transport" John Wiley-Sons New York 1984