

# MODELAGEM MATEMÁTICA DA VARIÇÃO DO TEOR DE UMIDADE DE GRÃOS DE SOJA



Angéli Cervi<sup>1</sup>, Pedro Augusto Pereira Borges<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Bolsista PIBIC/CNPq da Universidade Regional do Noroeste do Estado do RS - UNIJUÍ - agelicervi@detec.unijui.tche.br

<sup>2</sup> Docente do Departamento de Física, Estatística e Matemática da UNIJUÍ - pborges@unijui.tche.br

## INTRODUÇÃO

A região do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul tem a produção de soja como uma das principais atividades econômicas. Após a colheita a preocupação dos agricultores e do governo é com a conservação e armazenagem de grãos, em condições de temperatura e teor de umidade considerados ótimos para evitar o ataque de insetos, a ação de fungos e a oxidação dos grãos. Neste sentido, é preciso armazená-los adequadamente até o momento da comercialização, industrialização ou consumo, pois no caso de cereais a umidade é uma variável que precisa ser controlada.

O processo de secagem de grãos tem sido pesquisado tanto nos meios industriais como acadêmicos, no sentido da eficiência dos secadores. Para isso, é necessário conhecer e modelar matematicamente os processos de transferência de calor e massa envolvidos na secagem. Nesta perspectiva, este projeto faz parte da pesquisa em secagem de grãos que visa desenvolver um modelo matemático para simular o funcionamento de secadores industriais.

Até o momento um grupo de pesquisa em secagem da UNIJUI desenvolveu técnicas de medida de temperatura e cálculo dos parâmetros de condução ( $k$ ) e convecção ( $hc$ ), que contemplam apenas a influência da temperatura de secagem. Contudo, este trabalho visa a melhoria do modelo existente, acrescentando a análise da influência do teor de umidade do grão na distribuição da temperatura no valor da difusividade térmica ( $k$ ) do mesmo.

Composição média da soja (Puzzi, 1977):

- > Água - 10%
- > Proteínas - 35%
- > Gorduras - 19%
- > Carboidratos - 26%
- > Celulosas - 5%
- > Cinzas - 5%

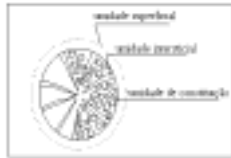


Fig 1 - Umidade existente nos grãos, [Weber, 2000].

A água na forma líquida ou gasosa ao ser aquecida, tende a deslocar-se para a superfície, caracterizando um processo de transferência de calor convectivo.

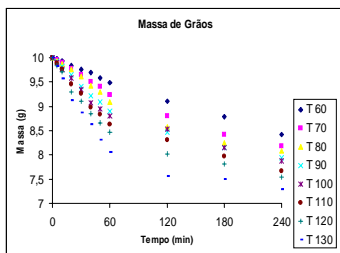
## MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

As amostras (soja) foram acondicionadas em sacos plásticos vedados e mantidas em um refrigerador com temperatura de 4°C.

Foram realizados experimentos de aquecimento (secagem), onde os grãos de soja foram submetidos a temperaturas constantes (intervalo de 60 à 130°C, variando de 10 em 10°C), em estufa durante quatro horas. Foi medida a massa dos grãos em 11 instantes de tempos, obtendo-se as curvas de perda de massa. Além disso, foi calculado o teor de umidade dos grãos para cada instante de tempo medido, no intervalo de temperatura estudado.

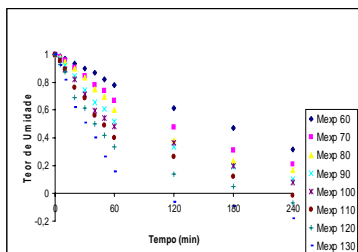
A partir destes dados experimentais, foi criado um modelo matemático exponencial para descrever a perda de massa dos grãos de soja, mediante um ajuste de curvas, que considera a massa inicial e a massa final do grão fixas (não sujeitas à alteração por ajuste de curvas) e ajusta somente o parâmetro do expoente, usando o método dos mínimos quadrados na forma matricial.

## RESULTADOS



$$X(t) = \frac{m - m_{\infty}}{m_0} \Rightarrow \text{Teor de Umidade}$$

$$M(t) = \frac{X(t)}{X_0} \Rightarrow \text{Teor de Umidade Normalizado}$$



Modelo Matemático:

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = -dM \\ M(0) = M_0 \end{cases}$$

$$M(t) = M_0 e^{-dt}$$

$M_0$  é conhecido dos dados experimentais.

Equação de ajuste:  $M(t) = M_0 e^{-dt}$

Linearização da equação de ajuste:  $\ln \frac{M}{M_0} = -dt \Rightarrow Y = -dt$

Na forma matricial:

$$\begin{cases} Y_1 = -dt_1 \\ Y_2 = -dt_2 \\ Y_3 = -dt_3 \\ \vdots \\ Y_n = -dt_n \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t_1 \\ -t_2 \\ -t_3 \\ \vdots \\ -t_n \end{pmatrix} \cdot d$$

$$Y = AX$$

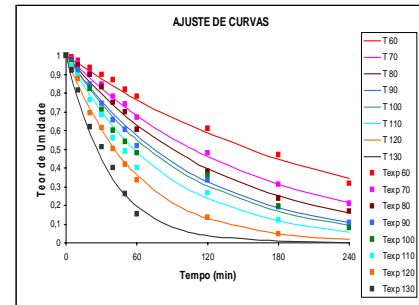
Cálculo do parâmetro d:

$$Y = AX$$

$$A^T Y = A^T AX$$

$$(A^T A)^{-1} A^T Y = (A^T A)^{-1} A^T AX$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T Y \rightarrow \text{Matriz Pseudoinversa}$$



## CONCLUSÃO

Eficiência do Ajuste:

Os dados referentes ao erro mostraram-se bons (erro mínimo), sendo que o coeficiente de correlação ( $R^2$ ) também teve uma boa aproximação do esperado;

O valor de  $M_0$  (dado experimental) teve coerência com o ajuste realizado.

- Foi proposto um modelo que descreve a relação entre  $M$  e  $t$  no processo de secagem:

Na faixa de  $T$  de 60 a 130,  $0,000733 < d < 0,001723$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORGES, Pedro. A. P. *Modelagem matemática do processo de secagem de grãos de soja*, Tese de doutorado. Porto Alegre, UFRGS, 2002.

BROOKER, D. B.; Bakker-Arkema and Hall, C.W., 1974. *Drying cereal grains*, Westport, Connecticut, The Avi Publishing Company.

COURTOIS, F.; LEBERT, A.; LASSERAN, J.C. and Bimbenet, J.J., 1991. *Simulation of industrial dryers: solving numerical and computer problems*, *Drying Technology*, 9(4), 927-945.

HAGUI GUI, K.; AGUIRRE, C.G., 1999. *Adaptive and stochastic finite element analysis in drying*, *Drying Technology*, vol. 17, No 10. pp. 2037-2053.