

# Modelagem Matemática na Indústria de Laticínio

## **Arlindo José de Souza Junior**

Depto de Matemática, FAMAT, UFU,  
38.408-100, Uberlândia, MG  
E-mail: arlindo@ufu.br, [arlindoufu@gmail.com](mailto:arlindoufu@gmail.com),

## **Ronicley Eduardo Correa Araújo**

UFU – Universidade Federal de Uberlândia  
Av. João Naves de Avila, 2160  
38.408-100, Uberlândia, MG  
E-mail: [ronicleyeduardo@yahoo.com.br](mailto:ronicleyeduardo@yahoo.com.br)

## **Deive Barbosa Alves**

UFU – Universidade Federal de Uberlândia  
Av. João Naves de Avila, 2160  
38.408-100, Uberlândia, MG  
E-mail: [deivemat@yahoo.com.br](mailto:deivemat@yahoo.com.br)

## Resumo

Por Modelos Matemáticos entende-se um conjunto de relações matemáticas e hipóteses lógicas, implementadas em computador de forma a representar um problema real de tomada de decisão.

Em diversas áreas do mundo real existe a escassez de certo produto ou matéria-prima por sua dificuldade de produção e/ou obtenção, entre outras razões. Esta dificuldade gera problemas para empregar melhor estes recursos escassos de forma eficiente e eficaz. Busca-se, portanto, maximizar ou minimizar uma quantidade (lucro, custo, receita, número de produtos, entre outros), chamada de objetivo, que depende de um ou mais recursos escasso. Neste contexto conduzimos este estudo com objetivo de avaliar os modelos de custos na pecuária leiteira, pensando em empregar tais conceitos em escolas rurais e também em propriedades rurais.

## PALAVRAS

Modelagem matemática – Laticínio.

## CHAVES

## Introdução

Os parâmetros de mercado direcionam os sistemas de pagamento de leite, privilegiando os produtores profissionais, com bonificações de acordo com o volume de produção, regularidade e qualidade da matéria-prima[1]. Contudo, duas condições são fundamentais para se sobreviver e crescer em um mercado de forte concorrência: a eficiência produtiva e a eficiência gerencial[2]. A informática e a modelagem matemática são poderosos instrumentos de gestão moderna e ferramentas indispensáveis nos processos de monitoramento, tomada de decisão e busca de solução nos vários segmentos da cadeia produtiva do leite.

Assim o objetivo desse texto é apresentar modelos que auxiliem no desenvolvimento, gerenciamento e de tomada de decisões na atividade leiteira, mas que também

possa ser assistido nas escolas de nível fundamental e médio, pois segundo Gimenes, Raquel M & Ponchio, Leandro A.[3] confirmam a relação do maior nível de escolaridade dos produtores com a maior produtividade das atividades agrícolas citadas na literatura.

## A PECUÁRIA LEITEIRA NACIONAL

Com o progressivo avanço tecnológico da indústria laticinista e a evolução da economia brasileira, a tendência é o crescimento da demanda por produtos lácteos de alta qualidade. A demanda crescente do consumidor pela qualidade dos produtos tem conduzido a indústria a exigir melhor padrão da matéria prima, com ganhos de eficiência nos vários elos da cadeia produtiva. O resfriamento e a coleta a granel do leite na propriedade rural têm provocado impactos altamente positivos em todos os segmentos da cadeia.

Em consequência da política econômica adotada em 1994 que proporcionou um ganho real de renda, o consumo aparente de leite e derivados cresceu mais de 25% nos dois primeiros anos.[4]

## A Pecuária de leite em Minas Gerais

Minas é historicamente, o estado que mais produz leite no país, seguido por São Paulo, Rio Grande do Sul, Goiás e Paraná (ranking). O Estado conta com aproximadamente, 230 mil produtores, e desses, cerca de 41% possuem rebanho misto, 41% gado de leite e 15% dedicam-se à pecuária de corte. De acordo com o IBGE (1998)[5] o estado detém cerca de 20,5 milhões de cabeças, correspondendo a cerca de 12,6% do total de rebanho do país.

Contudo, de acordo com Wilkinson[6], a falta de modernização da pecuária leiteira é um empecilho à competitividade das indústrias de laticínios em Minas Gerais e no Brasil. É preciso fortalecer o elo mais frágil da cadeia agro-industrial do leite, que é o produtor. Portanto, melhorias na relação entre produtor e indústria e na qualidade e eficiência da produção de leite em Minas Gerais, que só pode ser alcançada com uma melhor escolarização do trabalhador rural, seriam

extremamente benéficas para o desenvolvimento da competitividade dessa cadeia agro-industrial como um todo e para a competitividade mineira, nos cenários nacional e internacional.

Assim, observa-se a importância evidente do desenvolvimento de modelos matemáticos tanto para auxiliar o produtor, quanto para a implementação destes modelos em salas de aula. Daí a relevância de todo estudo que visa conhecer um pouco mais da evolução e manutenção dos sistemas de produção de leite deste estado.

## Modelo

Segundo Ferguson [7] a definição econômica da capacidade máxima de produção da empresa refere-se ao nível que reduz ao mínimo os custos unitários ou eleva ao máximo os lucros. Essa definição implica na determinação de uma escala ou tamanho ótimo que proporcione, mediante a combinação dos recursos, o menor custo unitário e, daí, a maior diferença entre custos e receitas.

Para demonstração dessa condição, a teoria aborda o tema por meio da função de custo total, expressa por:

$$T_c = f(qp), (1)$$

sendo ( $T_c$ ) o total de custo e ( $qp$ ) a quantidade produzida.

Os conceitos de custos médios englobam os custos totais médios ( $T_m$ ), os custos variáveis médios ( $V_m$ ) e os custos fixos médios ( $F_m$ ). Outro conceito de interesse para este estudo é o de custo marginal ( $CMA$ ), definido como o valor acrescido ao custo total devido ao acréscimo de uma unidade produzida.

A curva de custo médio de longo prazo ( $MLP$ ) ou curva-envelope é de interesse na medida que fornece informações sobre o processo de produção em um período específico. Tomando-se a curva de ( $MLP$ ), a eficiência é crescente para tamanhos maiores, à medida que as curvas do custo médio de curto prazo situam-se em níveis cada vez mais baixos, para a direita, indicando declínios sucessivos de custos com a expansão da produção. A escala ótima é indicada pelo volume de produção em que se satisfaz a condição de associação da expansão da produção com eficiência econômica crescente, com a obtenção de custos médios mínimos.

## Modelo

Para Marques, Vânia Maria; Reis, Ricardo Pereira; Sáfiadi, Thelma e Reis, Antônio João se os modelos de custos nas formas funcionais quadrática, cúbica e potência, podem ser usados para avaliar custos e identificar escala de produção na pecuária leiteira.

Assim, segundo eles na função quadrática, o

coeficiente do termo quadrático ( $\beta_2$ ) deve ser positivo, sendo, então, o custo marginal crescente e o custo médio com formato em U:

$$T_c = \beta_2 (qp)^2 + \beta_1 (qp) + \beta_0 (2)$$

em que  $T_c$  é o custo total de produção; ( $qp$ ), a quantidade produzida, e  $\beta_i$ 's, os coeficientes estimados.

Na alternativa cúbica, o coeficiente do termo cúbico ( $\beta_3$ ) deve ser positivo e o coeficiente do termo quadrático ( $\beta_2$ ), negativo, o que gera curvas de custo marginal e custo médio em forma de U:

$$T_c = \beta_3 (qp)^3 + \beta_2 (qp)^2 + \beta_1 (qp) + \beta_0 (3)$$

Para o modelo de função potência, situações podem se configurar conforme a estimativa do coeficiente  $\beta_1$ :

$$T_c = \beta_0 (qp)^{\beta_1} (4)$$

Se a estimativa do coeficiente  $\beta_1$  for maior que a unidade, o custo total aumenta a taxas crescentes com o crescimento da produção, bem como aumenta o custo marginal, enquanto o custo médio decresce. Sendo o coeficiente  $\beta_1$  menor que um e maior que zero, o custo total cresce a taxas decrescentes com o aumento da produção, enquanto o custo marginal e custo médio decrescem continuamente. Tendo por referência a elasticidade custo da produção ( $E_p$ ), pode ser auferido o tipo de rendimento de escala ( $ER$ ), uma vez que esse é o inverso da elasticidade custo, bem como a ocorrência de economia ou deseconomia de escala ( $DE$ ). Se  $ER$  for maior, igual ou menor que a unidade, têm-se retornos crescentes, constantes ou decrescentes à escala. Assim:

$$DE = 1 - E_p.$$

O comportamento da empresa em relação ao nível de operação é economicamente eficaz quando  $DE$  é positivo, ou seja, estão ocorrendo economias de escala nos níveis operados, inferindo-se que os custos médios estão decrescendo. Se  $DE$  é negativo, há deseconomias de escala, com a ocorrência de custos médios crescentes. O comportamento da empresa em relação ao nível de operação é economicamente eficaz quando  $DE$  é positivo, ou seja, estão ocorrendo economias de escala nos níveis operados, inferindo-se que os custos médios estão decrescendo. Se  $DE$  é negativo, há deseconomias de escala, com a ocorrência de custos médios crescentes. (Gomes, 1996)[8].

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Segundo Khan e Passos (2002)[9], mais que a produção de riquezas, a educação se constitui em importante fator de conquista para a cidadania, participação da vida política com maior consciência e maior engajamento na relação terra, capital e trabalho eficientes.

Para Lacki (2000, *apud* KHAN; PASSOS, 2002)[9], a declaração de James D. Wolfensohn, presidente do Banco Mundial, em 1997, de que, neste próximo século,

o conhecimento se tornará fator preponderante que impulsionará o processo de desenvolvimento, favorecendo o crescimento e reduzindo a pobreza, reforça a importância da educação para as regiões em desenvolvimento.

Acreditamos, então, que para a zona rural, em especial, pode haver dois momentos para a modelagem matemática, o primeiro seria voltado para a educação, o qual levaria o estudante a pesquisar o que é de interesse dele. Em um segundo momento, poderia se transformar em instrumento poderoso de tomada de decisão para o elo mais fraco da indústria leiteira, que é o produtor rural.

E nesta perspectiva os modelos apresentados mostram a possibilidade da ocorrência de tal fato. Resta, então, a empregabilidade da referida metodologia pelas escolas, sobre tudo, as rurais.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pecuária leiteira destaca-se no contexto do setor agrícola brasileiro, por ser importante na alimentação humana e do ponto de vista econômico, como geradora de empregos, e consequentemente da renda dos agropecuaristas.

Durante 45 anos, de 1946 a 1991, o setor leiteiro sofreu interferência governamental, através da fixação dos preços praticados do leite, tanto para o produtor, quanto para o consumidor, como forma de controlar os índices inflacionários, e assim, os reajustes salariais. Esta situação levou a uma forte descapitalização do setor, já que a cadeia não se mostrava viável a investimentos empresariais.

Na década de 90 ocorreram profundas transformações na economia do país que afetou a pecuária leiteira. Com a liberalização do preço do leite, juntamente com a abertura econômica, em 1991, elevaram-se as possibilidades de importação, já que o país ficou exposto ao resto do mundo. A Consolidação do Mercosul e a estabilização da economia a partir do Plano Real, em 1994, também deram seqüência a este processo de transformações ocorridas na década de 90.

A abertura comercial trouxe como consequência a necessidade de aumentos da produtividade e de melhoria da qualidade do produto para torná-lo competitivo em relação a outros países, já que os consumidores passaram a exigir mais por ter mais produtos para sua escolha.

Partiu-se do princípio que os ajustamentos que deverão acontecer na produção de leite do Brasil identificam-se na atual estrutura produtiva, onde muitos produzem pouco e poucos produzem muito. Assim, tornou-se necessário conhecer as transformações ocorridas no processo produtivo da pecuária leiteira nestas últimas décadas, de forma que se possa melhorar a eficiência na alocação dos recursos utilizados nesta atividade, tanto para pequenos, quanto para grandes produtores.

Desta forma o conhecimento das relações entre

produção custo e sua aplicação no gerenciamento da atividade leiteira permite melhorar a competitividade dos produtos agrícolas. E o estudo das economias de escala propicia conhecimento da eficiência com que são alocados recursos produtivos. Assim sendo o nível escolar do produtor tornou-se um fator indispensável na tomada de decisões da atividade leiteira, desta forma a modelagem matemática torna-se uma ferramenta de grande valia para tal proprietário rural e consequentemente a escola tem um papel fundamental para o desenvolvimento e a manutenção desta atividade.

## Referências

- [1] Jank, M.S, Galan, V.B. Competitividade do sistema agroindustrial do leite no Brasil., Juiz de Fora, Rev. Inst. Lat. Cândido TosteS, 53, (1998)
- [2] Vilela, D., Gomes, S.T., Calegar, G.M. Agronegócio leite e derivados: um programa nacional em C&T, em "Agronegócio brasileiro: ciência, tecnologia e competitividade" (Caldas, R.A., Pinheiro, L.E.L., Medeiros, J.X., et ) p.257-275, Brasília: CNPq, 1998.
- [3] Gimenes, R. M. & Ponchio, L. A., Influência da Escolaridade na Produção e na Renda dos Produtores de Leite nos Estados de São Paulo e Paraná, *Boletim do Leite*, 116 (2003).
- [4] Gomes, S.T. Cadeia agroindustrial do leite no Mercosul, em "Agronegócio e desenvolvimento econômico" (Vieira, W., Carvalho, F.,eds.) p.155-175. Viçosa: UFV, 1997.
- [5] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Disponível em < <http://www.ibge.gov.br/>>, acessado em 07/05/2005.
- [6] Wilkinson, J. "Estudo da competitividade da indústria brasileira: competitividade da indústria de laticínios.", Campinas: IE/UNICAMP, IEI/UFRJ, FDC-FUNDEX, 1993. 74p.
- [7] Ferguson, C. E. "Microeconomia", Forense Universitária, Rio de Janeiro, 1996.
- [8] Gomes, S. T., "A Economia do Leite". Embrapa, MG, 1996.
- [9] Khan, A. S., Passos, A. T. B., Reforma agrária solidária, assistência técnica e desenvolvimento rural no Estado do Ceará, Revista Econômica do Nordeste, Fortaleza, 33, , 2002).