Aplicações das Equações Diferenciais para um melhor aproveitamento nutricional dos Ruminantes

Jeferson Brambatti Granjeiro (matebram@yahoo.com.br), Suetônio de Almeida Meira,
Alessandro Aparecido de Godoy Esteves, Valdirene Morais da Silva
FCT - UNESP

Objetivo: O estudo consiste em modelar o processo digestivo de animais ruminantes, utilizando como ferramenta as Equações Diferenciais Ordinárias, que nos permitirá a construção de um modelo matemático, tendo como foco central o tempo de permanência dos alimentos no sistema digestivo.

Metodologia: Como tais animais possuem um mecanismo complicado para realizar a digestão, vamos simplificar o processo para a modelagem. Assim, podemos dizer que eles engolem os alimentos sem mastigar, indo para a primeira cavidade do estômago, chamada rume. Após serem ruminados, estes alimentos seguem para o abomaso (coagulador), em seguida para o duodeno e depois são eliminados de maneira intermitente na forma de fezes. Conforme esquema abaixo:

$$Rume \to Coagulador \to Duodeno \to Fezes$$

Consideremos o seguinte, seja:

x=x(t) a quantidade de alimento no rume;

y=y(t) a quantidade no coagulador;

z=z(t) a quantidade que chegou no duodeno.

Note que, se a quantidade de alimento engolida pelo animal no instante t=0 é q (este alimento vai diretamente para o rume), então x(0)=q e y(0)=z(0)=0. Também, em qualquer instante t, temos x(t) + y(t) + z(t) = q (constante). As hipóteses formuladas para o fluxo do alimento consistem de duas propostas arbitrárias e análogas:

Primeira, o alimento sai do rume numa razão proporcional à quantidade de alimento que está nesta cavidade, isto é, a taxa de decrescimento $\frac{dx}{dt}$ é proporcional a x, onde $\frac{dx}{dt} = -k_1 x \; onde \, k_1 > 0$ (1)

Segunda, o alimento sai do coagulador numa taxa proporcional à quantidade que ai está. Assim, é bastante razoável supor que

$$\frac{dy}{dt} = -k_1 x - k_2 y \quad onde \, k_1 > 0 \; e \; k_2 > 0 \quad (2)$$

pois no mesmo instante entra $k_1 x$ e sai $k_2 y$

Resolvendo a equação (1) para x(0)=q e substituindo na equação (2) obtemos a seguinte equação linear não-homogênea: $\frac{dy}{dt} = -k_2 y + k_1 q e^{-k_1 t}$ (3)

Para calcular a quantidade de alimento que chega no duodeno até o instante t, usamos:

$$z(t) = q - [x(t) + y(t)]$$

Se $k_1 \neq k_2$, temos: $z(t) = q - \frac{q}{k_2 - k_1}(k_2 e^{-k_1 t} - k_1 e^{-k_2 t})$

Se $k_1 = k_2$, temos: $z(t) = q[1 - e^{-k_1 t}(1 + k_1 t)]$

Quando $(t \to \infty), (z \to q)$, isto é, quando t for suficientemente grande, todo alimento chega ao intestino (Figura 1). Notamos que quando o alimento chega ao intestino, ele é excretado depois de um certo tempo. Suponhamos que em média cada excreção ocorra num certo intervalo de tempo igual a T, ou seja, a quantidade de fezes produzida no instante t >T é, em média, a quantidade de alimentos que chegou no intestino até o tempo t –T. Seja f(t) a quantidade de fezes produzida até o instante t, temos: $f(t) \cong z(t - T)$ para todo t > T

Se $k_1 \neq k_2$, temos que

$$f(t) \cong q - \frac{q}{k_2 - k_1}\left[k_2 e^{-k_1(t-T)} - k_1 e^{-k_2(t-T)}\right] \quad \forall t \geq T$$

Conclusão: Através da análise gráfica da excreção fecal fornecida pelo modelo, pretende-se encontrar um método eficiente na preparação de alimentos, minimizando os custos da alimentação e maximizando o aproveitamento nutricional, obtendo assim uma melhor combinação de alimentos para cada tipo de criação.

Referências Bibliográficas

[l] Figueiredo. D.G. Equações Diferenciais Aplicadas. Rio de Janeiro, IMPA 1997.

[2] Braun, M.Differential Equations, Dynamical Systems, and linear Algebra, Academic Press, 1974.

[3] Arnold, V.I. Differential Equations. MIR