

1. Resumo

A percepção de um objeto está intimamente relacionado à escala na qual ele é observado. Para escalas maiores, é mais fácil detectar um objeto, onde o processamento é menos susceptível à ruídos ou texturas, e depois, se necessário, entrar em escalas menores para localizar detalhes do objeto. O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de estudo da equação de difusão para a eliminação de ruídos (com e sem a preservação de bordas) e da equação do transporte, para recuperação de imagens danificadas, preenchimento de informações ausentes ou remoção de objetos em uma imagem. Faremos isso em duas abordagens: convencional e pela abordagem Multigrid e compararemos essas abordagens quantitativa e qualitativamente.

2. EDP's e Processamento de Imagens

- Suavização de Imagens com preservação de bordas;
- Retoque Digital de Imagens;
- Técnica Multigrid para um melhor o desempenho computacional;

3. Suavização de Imagens com preservação de bordas

- Baseado no Modelo de Perona-Malik

Modela-se a constante C de condutância de calor através de toda a imagem, assim a difusão torna-se maior em regiões longe das arestas e menor em regiões perto delas.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (C \nabla u) = \nabla C \cdot \nabla u + C \Delta u$$

onde:

$$C(x, y) = \frac{1}{1 + \frac{|\nabla u|^2}{k^2}}$$

- Equação do Fluxo Bem-Balanceada

O Modelo de Perona-Malik apresentado anteriormente apresenta algumas dificuldades práticas e teóricas. Por exemplo, se a imagem é muito ruidosa, o gradiente será muito grande, e como resultado, a função C será próxima de zero em quase todo ponto. Consequentemente, quase todos os ruídos permanecerão enquanto usarmos o processo de suavização introduzido por esse modelo. Combinando as idéias de Perona e Malik (1990), Barcelos et al. (2003) propuseram uma nova equação parabólica para restauração de imagem:

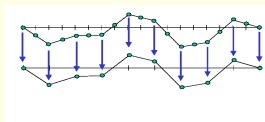
$$\frac{\partial u}{\partial t} = C |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda (1 - C)(u - I), \quad x \in \Omega, t > 0,$$

$$u(x, y, 0) = I(x, y), \quad x \in \Omega$$

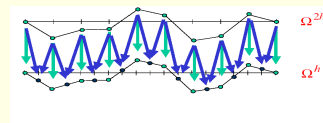
$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega, R} = 0 \quad x \in \partial \Omega, t > 0$$

4. Método Multigrid

- É uma técnica que utiliza uma sequência de malhas, cada uma delas sendo menos refinada do que a anterior;
- Utilizada para resolver equações diferenciais;
- A idéia é baseada no fato de que os erros associados à discretização de uma EDP numa malha com espaçamento regular h são amplificados numa malha com espaçamento regular $l > h$;
- A passagem de pontos para uma malha mais fina para uma malha mais grossa é chamada projeção:



- Após obter uma solução aproximada na malha mais grossa, deve-se retornar a malha mais fina. Esta passagem é chamada interpolação:



- Em cada malha faz-se uma relaxação (i.e. aproxima-se a solução do sistema linear por um método iterativo, como Jacobi, SOR, etc).

5. Resultados

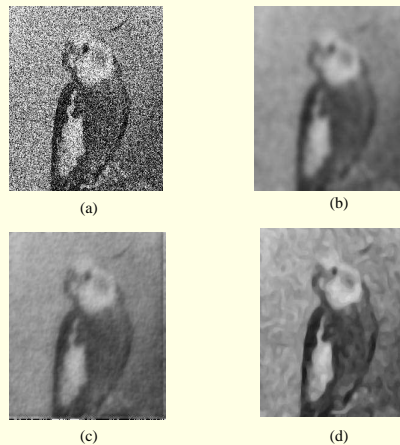


Figura 1. (a) Imagem com ruído, (b) Resultado da Equação do Modelo de Perona (abordagem convencional), (c) Resultado da Equação do Modelo de Perona (abordagem multigrid) e (d) Resultado da Equação do Fluxo Bem-Balanceada após 100 passos

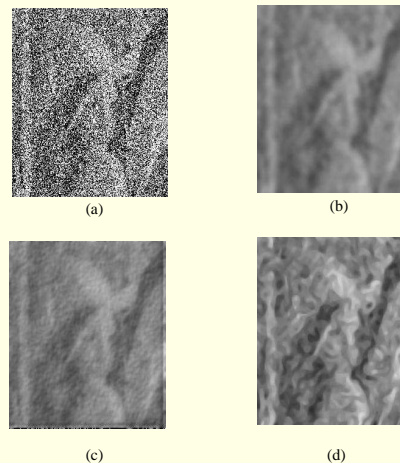


Figura 2. (a) Imagem com ruído, (b) Resultado do Modelo de Perona-Malik (abordagem convencional), (c) Resultado do Modelo de Perona-Malik (abordagem multigrid) e (d) Resultado da Equação de Fluxo Bem-Balanceada após 100 passos

6. Trabalhos Futuros

- Equação do Fluxo Bem-Balanceada na abordagem Multigrid;
- Retoque Digital em Imagens através da abordagem convencional e Multigrid;

7. Referências

[1] Teixeira, Ralph, *Introdução aos Espaços de Escala, Publicações Matemáticas*, 23º Colóquio em Matemática Aplicada, IMPA, 2001.
 [2] C.A. Z. Barcelos, M. Boaventura, e E. C. S. Júnior. *A well-balanced flow equation for noise removal and edge detection*. IEEE Transaction on Image Processing, Vol.12, NO.7, 2003.
 [3] S. T. Acton. *Multigrid anisotropic diffusion*. IEEE Transaction on Image Processing, Vol.7, NO.3, 1998.
 [4] C. A. Z. Barcelos e M. A. Batista. *Image inpainting and denoising by nonlinear partial differential equations*. In SIBGRAPI 2003 - XVI Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, 2003.