

ANÁLISE PRELIMINAR DA PROPAGAÇÃO DA ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS COM QUATÉRNIONS E TORQUE INDUZIDO

Joyce Evania Teixeira - Maria Cecília Zanardi - Domingos Sávio S. Rodrigues

Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia - UNESP - Guaratinguetá

Objetivo

Determinação das componentes do torque magnético devido às correntes de Foucault (torque induzido), utilizando o modelo dipolo para o campo geomagnético e os quatérnios para representar a sua orientação espacial, com aplicações para satélites estabilizados por rotação.

Introdução

O torque magnético induzido ocorre devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas que circulam pelas superfícies metálicas do satélite. As componentes do torque instantâneo são determinadas no sistema principal de inércia do satélite, através da matriz de rotação em termos dos quatérnios e dos elementos orbitais. As equações do movimento são descritas pelas equações cinemáticas dos quatérnios e pelas equações de Euler, nas quais são incluídas as componentes do torque externo considerado. A solução numérica das equações é fornecida pelo método de Runge Kutta de 8ª ordem, com aplicações para os satélites brasileiros de coleta de dados SCD1 e SCD2. Pelos resultados das simulações verifica-se o decaimento do módulo da velocidade de rotação do satélite e oscilações no eixo de rotação. Este decaimento, é esperado, uma vez que representa o principal efeito do torque devido às correntes de Foucault no movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.

Equação do Movimento Rotacional

O movimento rotacional de um veículo espacial é descrito por equações dinâmicas e cinemáticas. As equações dinâmicas apresentam relações entre as componentes dos torques externos e a variação das componentes da velocidade de rotação, são também denominadas de equações de Euler e dadas por (Wertz,1978):

Equações Dinâmicas

$$I_x \cdot \dot{p} = M_x + (I_y - I_z)qr$$

$$I_y \cdot \dot{q} = M_y + (I_z - I_x)pr$$

$$I_z \cdot \dot{r} = M_z + (I_x - I_y)pr$$

em que:

$$I_x, I_y, I_z$$

são os momentos principais de inércia

$$M_x, M_y, M_z$$

são as componentes dos torques externos no sistema principal

$$q_1, q_2, q_3, q_4$$

são as componentes do quatérnio de atitude

$$p, q, r$$

são as componentes da velocidade de rotação no sistema principal

Representação da Atitude em termos dos Quatérnios

O quatérnio q é um vetor 4×1 dado por (t representa a transposta da matriz):

$$Q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = \bar{q} \ q_4^T$$

As componentes vetorial \bar{q} e escalar q_4 podem ser expressas em função do ângulo de rotação θ e do eixo de rotação \hat{n} através de:

$$\bar{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T = \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \hat{n} \quad \text{e} \quad q_4 = \text{cos}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

A matriz de atitude em termos dos quatérnios é representada por (Shuster,1993)

$$A = (q_4^2 - [\bar{q}]^T [\bar{q}])^{-1} \begin{bmatrix} +2q_4q_1 & -2q_4q_2 & -2q_4q_3 \\ -2q_4q_2 & +2q_4q_1 & -2q_4q_3 \\ -2q_4q_3 & -2q_4q_2 & +2q_4q_1 \end{bmatrix} \quad \text{em que } [\bar{q}]^T = \begin{bmatrix} 0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & 0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Campo Magnético Terrestre

O Campo Geomagnético pode ser expresso como o gradiente de um potencial escalar V . (Wertz,1978)

$$\text{em que: } V = \frac{-1}{4\pi\mu_0} \frac{\hat{K}_m \cdot \vec{r}}{r^3}$$

μ_0 é a permeabilidade do espaço livre

\hat{K} é o vetor do momentomagnético campo terrestre

\hat{k}_m é o vetor unitárioque descreve a direção do momento geomagnético

\vec{r} é o vetor posição do centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra.

O campo geomagnético no sistema equatorial é dado por (Wertz, 1978)

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

em que:

$$B_x = \frac{1}{4\pi\mu_0 r^3} [am - (3IsK_m)as] \quad B_y = \frac{1}{4\pi\mu_0 r^3} [bm - (3IsK_m)bs] \quad B_z = \frac{1}{4\pi\mu_0 r^3} [cm - (3IsK_m)cs]$$

$$IsK_m = (\hat{i}_s \cdot \hat{k}_m) = (as \cdot am) + (bs \cdot bm) + (cs \cdot cm)$$

$$am = \text{sen}\beta \text{sen}\eta$$

$$as = \text{cos}(\varpi + \nu) \text{cos}\Omega - \text{sen}\Omega \text{sen}(\varpi + \nu) \text{cos}\lambda$$

$$bm = -\text{sen}\beta \text{cos}\eta$$

$$bs = \text{cos}(\varpi + \nu) \text{sen}\Omega + \text{sen}(\varpi + \nu) \text{cos}\lambda \text{cos}\Omega$$

$$cm = \text{cos}\beta$$

$$cs = \text{sen}(\varpi + \nu) \text{sen}\lambda$$

sendo Ω, ν, I e w são os elementos orbitais do satélite β a inclinação do vetor de dipolo η o argumento nodocendente

No sistema fixo no satélite, o campo geomagnético é dado por:

$$B = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

em que:

$$B_x = [B_x(q_1) + B_y(q_2) + B_z(q_3)]$$

$$B_y = [B_x(q_4) + B_y(q_1) + B_z(q_2)]$$

$$B_z = [B_x(q_3) + B_y(q_4) + B_z(q_1)]$$

$$q_1 = (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)$$

$$q_2 = 2(q_1q_2 - q_3q_4)$$

$$q_3 = 2(q_1q_3 + q_2q_4)$$

$$q_4 = 2(q_1q_4 + q_2q_3)$$

$$q_5 = -(q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)$$

$$q_6 = 2(q_2q_3 - q_1q_4)$$

$$q_7 = 2(q_1q_3 - q_2q_4)$$

$$q_8 = 2(q_2q_3 + q_1q_4)$$

$$q_9 = -(q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)$$

Torque Magnético devido às correntes de Foucault

Este torque depende da velocidade de rotação e do parâmetro de Foucault do satélite e do campo magnético da Terra, sendo descrito por (Wertz, 1978):

$$\vec{N}_f = P \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{W}) = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

em que:

$$M_x = B_y(B_z q_2 - B_x q_3) - B_z(B_x q_1)$$

$$M_y = B_z(B_x q_3 - B_y q_1) - B_x(B_y q_2)$$

$$M_z = B_x(B_y q_1 - B_z q_2) - B_y(B_z q_3)$$

\vec{B} é o campomagnético terrestre local P é um coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade do material w é a velocidade angular de rotação

Resultados Numéricos para o satélite SCD1

As figuras a seguir apresentam os resultados numéricos obtidos para o satélite SCD1, com o método de Runge-Kutta de oitava ordem, sendo comparados os resultados com e sem a influência do torque induzido. Os resultados obtidos são referentes as condições iniciais do dia 31 de agosto de 1993:

$$I_x = 1,06 \text{ kgm}^2$$

$$I_y = 10,6 \text{ kgm}^2$$

$$I_z = 13,00 \text{ kgm}^2$$

$$I = 24,96^\circ$$

$$\varpi = 299,48^\circ$$

$$\Omega = 27,85^\circ$$

$$a = 7139606,1 \text{ km}$$

$$e = 0,00453$$

$$P = 217,8 \text{ m}^2/\text{ohm}$$

$$p_0 = 0 \text{ rad/s}$$

$$q_0 = 0 \text{ rad/s}$$

$$r_0 = 85,4 \text{ rpm}$$

$$\text{Período Orbital } 6003,75 \text{ s}$$

$$\text{Período de Rotação } 0,703 \text{ s}$$

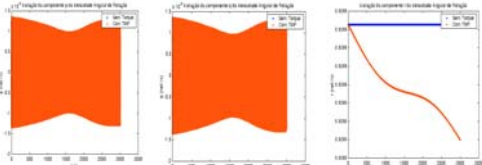


FIG. 1 - Componente p da velocidade angular de rotação.

FIG. 2 - Componente q da velocidade angular de rotação.

FIG. 3 - Componente r da velocidade angular de rotação.

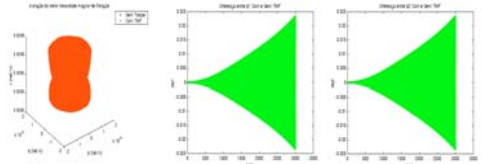


FIG. 4 - Visualização espacial do torque velocidade de rotação, com e sem torque.

FIG. 5 - Diferença entre as soluções com e sem torque para o quatérnio q1

FIG. 6 - Diferença entre as soluções com e sem torque para o quatérnio q2.

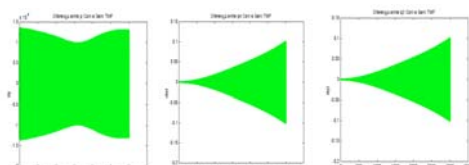


FIG. 7 - Diferença entre as soluções com e sem torque para o quatérnio q3.

FIG. 8 - Diferença entre as soluções com e sem torque para o quatérnio q4.

FIG. 9 - Diferença entre as soluções com e sem torque para a componente p da velocidade angular de rotação

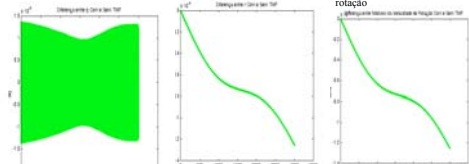


FIG. 10 - Diferença entre as soluções com e sem torque para a componente q da velocidade angular de rotação.

FIG. 11 - Diferença entre as soluções com e sem torque para a componente r da velocidade angular de rotação.

FIG. 12 - Diferença entre o módulo da velocidade angular de rotação com e sem torque.

Tabela Comparativa dos dados fornecidos pelo INPE com os valores encontrados nas simulações para SCD1 e SCD2:

DADOS DO INPE				DADOS DO SCD1 - 31/08/1993				Valores calculados sem a influência do torque				Valores calculados com a influência do torque			
DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)	DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)	DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)	DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)
26/08/93	202,43	76,70	85,50	26/08/93	202,43	76,70	85,50	26/08/93	202,43	76,70	85,50	26/08/93	202,43	76,70	85,50
27/08/93	201,43	76,70	85,50	27/08/93	201,43	76,70	85,50	27/08/93	201,43	76,70	85,50	27/08/93	201,43	76,70	85,50
28/08/93	200,43	76,70	85,50	28/08/93	200,43	76,70	85,50	28/08/93	200,43	76,70	85,50	28/08/93	200,43	76,70	85,50
				Sem a influência do Torque				Com a influência do torque							
DIFERENÇA DOS DADOS DO INPE COM OS VALORES CALCULADOS				DIAS	$\Delta\alpha$ (graus)	$\Delta\beta$ (graus)	ΔW (rpm)	DIAS	$\Delta\alpha$ (graus)	$\Delta\beta$ (graus)	ΔW (rpm)	DIAS	$\Delta\alpha$ (graus)	$\Delta\beta$ (graus)	ΔW (rpm)
				26/08/93	0,00	0,00	0,00	26/08/93	0,00	0,00	0,00	26/08/93	0,00	0,00	0,00
				27/08/93	1,42	0,13	0,13	27/08/93	1,31	0,13	0,13	27/08/93	0,00	0,00	0,00
				28/08/93	0,00	0,00	0,00	28/08/93	0,00	0,00	0,00	28/08/93	0,00	0,00	0,00

DADOS DO INPE				DADOS DO SCD2 - 31/08/2002				Valores calculados sem a influência do torque				Valores calculados com a influência do torque			
DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)	DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)	DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)	DIAS	α (graus)	β (graus)	W (rpm)
26/08/02	216,42	48,10	39,69	26/08/02	216,42	48,10	39,69	26/08/02	216,42	48,10	39,69	26/08/02	216,42	48,10	39,69
27/08/02	215,42	48,10	39,69	27/08/02	215,42	48,10	39,69	27/08/02	215,42	48,10	39,69	27/08/02	215,42	48,10	39,69
28/08/02	214,42	48,10	39,69	28/08/02	214,42	48,10	39,69	28/08/02	214,42	48,10	39,69	28/08/02	214,42	48,10	39,69
				Sem a influência do Torque				Com a influência do torque							
DIFERENÇA DOS DADOS DO INPE COM OS VALORES CALCULADOS				DIAS	$\Delta\alpha$ (graus)	$\Delta\beta$ (graus)	ΔW (rpm)	DIAS	$\Delta\alpha$ (graus)	$\Delta\beta$ (graus)	ΔW (rpm)	DIAS	$\Delta\alpha$ (graus)	$\Delta\beta$ (graus)	ΔW (rpm)
				26/08/02	0,00	0,00	0,00	26/08/02	0,00	0,00	0,00	26/08/02	0,00	0,00	0,00
				27/08/02	0,00	0,00	0,00	27/08/02	0,00	0,00	0,00	27/08/02	0,00	0,00	0,00
				28/08/02	0,00	0,00	0,00	28/08/02	0,00	0,00	0,00	28/08/02	0,00	0,00	0,00

Conclusão

Pelos resultados obtidos para o satélite SCD1, com tempo de simulação de 3000s, observam-se um decaimento do módulo da velocidade de rotação e de sua componente no eixo Oz, causado pelo torque induzido, de acordo com as figuras 3, 11 e 12. A amplitude das diferenças entre as soluções com torque e sem torque para as componentes do quatérnio aumentam com o tempo, de acordo com as figuras 5 a 8. Observa-se também, um comportamento periódico nas diferenças entre as soluções com e sem torque para as componentes da velocidade de rotação no eixo Ox e Oy, de acordo com as Figuras 5, 9 e 10, e o movimento de precessão e nutação do eixo de rotação, através da visualização espacial da velocidade de rotação na Figura 4. De acordo com as simulações para o satélite SCD1, no instante de 3000s, verifica-se que a ordem de grandeza da influência do torque é de 10^{-3} para q_1 , 10^{-2} para q_2 , q_3 e q_4 , enquanto para p é ordem de 10^{-10} rad/s, para q é da ordem de 10^{-9} rad/s e para r é da ordem de 10^{-4} rad/s. O decaimento do módulo da velocidade de rotação era esperado, uma vez que representa o principal efeito do torque devido às correntes de Foucault no movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.

Referências Bibliográficas

RODRIGUES, D. S. S. Propagação da atitude de satélites artificiais com quatérnios e torque magnético residual, Anais da Jornada de Iniciação Científica e Pesquisa da FEG/UNESP, 2004.
SHUSTER, M.D. A survey of attitude representation, Journ. of Astron. Sciences, v. 41, 4, 1993
WERTZ, J. R. Spacecraft Attitude Determination and Control, Kluwer Academic Publishers, 1978.