



Códigos Corretores de Erros

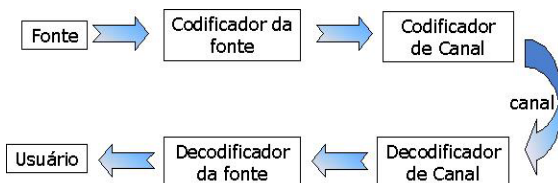
Flaviano Bahia Paulinelli Vieira* Marcos Antônio da Câmara**
Universidade Federal de Uberlândia
Setembro - 2005



O QUE É UM CÓDIGO CORRETOR DE ERROS

Muitas pessoas não percebem e nem acreditam, mas matemática é fundamental para o nosso dia-a-dia. Podemos até não estar usando matemática diretamente, mas utilizamos instrumentos que precisam de matemática para seu funcionamento. Um exemplo disto é que todas as vezes que assistimos televisão, ouvimos música, navegamos na internet, enfim, todas as vezes que utilizamos meios digitais, nós estamos utilizando um instrumento matemático que chamamos de códigos corretores de erros. Os códigos corretores de erros tem como função acrescentar novas informações que serão transmitidas fazendo com que estas possam ser corrigidas quando ocorrem erros de transmissão de dados.

FUNCIONAMENTO DE UM CÓDIGO CORRETOR DE ERRO



Este é um robô que se movimenta para o norte, sul, leste e oeste conforme comando recebido via controle remoto. O controle remoto envia comandos binários onde

- Norte - 00
- Sul - 01
- Leste - 10
- Oeste - 11

Assim se quisermos que o robô vá para o Sul enviamos o comando 01, mas se acontecer um erro durante a transmissão e for recebido 11 o robô irá para o Oeste contrariando a ordem. Por isto acrescentamos redundâncias nos comandos da seguinte maneira:

- Norte - 00 - 00000
 - Sul - 01 - 01011
 - Leste - 10 - 10110
 - Oeste - 11 - 11101
- Agora se quisermos que o robô vá para o Sul enviamos o comando 01011. Se durante a transmissão ocorrer um erro e for recebido 01111 e robô não entenderá o

comando, e assim utilizando os códigos corretores de erros veremos que a palavra enviada foi 01011, e assim o robô fará o movimento certo.

EXEMPLO DE UM CÓDIGO CORRETOR DE ERROS

Considere as matrizes G e H chamadas, respectivamente, matriz geradora e matriz teste de paridade do código.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Alfabeto	Codificando
a	00000
b	01010
c	00100
d	00010
e	00001
f	11000
g	10100
h	10010
i	10001
j	01100
k	01010
l	01001
m	10100
n	00010
o	00101
p	00011
q	11100
r	10110
s	10101
t	11010
u	11001
v	01110
x	00111
z	11110

Dado o alfabeto ao lado, podemos acrescentar as redundâncias, codificando-o para que possa ser enviado, da seguinte maneira:

$$c = xG$$

Por exemplo, para codificar a letra M basta

$$mG = (010001) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (1011010001)$$

Assim podemos codificar todas as letras do alfabeto e montarmos a tabela acima.

DECODIFICANDO

Suponhamos que recebemos a palavra Y = 001010110 e como esta palavra não consta na lista logo sabemos que ocorreu um erro durante a transmissão. Mas em qual local ocorreu o erro?

$$\text{Para descobrir isto faremos o seguinte: } HY^t = S$$

Chamaremos o vetor S de síndrome e este será muito útil para a decodificação.

$$HY^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Agora que já obtemos o vetor S, podemos obter o local onde foi cometido o erro, para isto basta comparar o vetor S com as colunas da matriz teste de paridade. A coluna que for igual a do vetor S é onde se encontra o erro.

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Vemos que o erro se encontra na segunda coluna, logo foi cometido um erro na segunda entrada da palavra e assim a palavra recebida fica 011010110 que significa a letra r.

Se a síndrome não for igual a nenhuma coluna da matriz teste de paridade então foi cometido mais de um erro durante a transmissão.