

Splines Aplicadas ao Traçado de Isolinhas

Daniela Souza dos Anjos*, Messias Meneguette Jr, Leandro T. L. de Souza

Departamento de Matemática Estatística e Computação - Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"



e-mail – dsanjos@yahoo.com.br



Introdução

A visualização de dados por meio de curvas de nível é utilizada com frequência em áreas como cartografia, climatologia e matemática aplicada. Este trabalho visa complementar uma implementação já existente, na qual é possível traçar uma única curva (polinômio) ou várias curvas de forma automática quando uma distância entre as cotas é fornecida e também é possível realizar a suavização das curvas através de vários métodos. Essa complementação visa tornar possível o tratamento de geometrias mais complexas e inserir novas opções de traçado de isolinhas bem como algoritmos para tratamento dos casos de escoamento em vales e do problema de degenerescências.

Metodologia

Na primeira fase do projeto foi realizado um estudo do ambiente Delphi e da implementação existente, na qual já era possível traçar curvas ao se definir os pontos corretamente espaçados e a distância desejada entre as curvas de nível (figura 1), bem como gerar suavizações (Figura 2).



Figura 1 - Curva de nível com distância de 15 metros, mostrando os pontos à esquerda e não mostrando à direita.

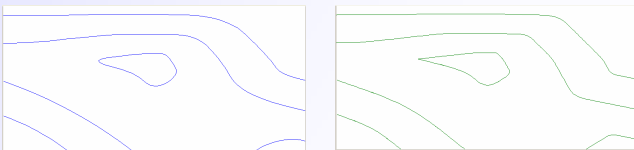


Figura 2 - Suavização do tipo Bezier Quadrática à esquerda e B-Spline Cúbica à direita.

Os métodos de suavização são gerados de maneiras diferentes, como exemplo trataremos do método B-Spline: Tomando a curva B-Spline como uma junção de polinômios e cada polinômio determinado por uma série de pontos de controle, usados de 4 em 4 pontos consecutivos (s_i-1, p_i-1) , (s_i, p_i) , (s_i+1, p_i+1) , (s_i+2, p_i+2) , onde $s_i = i$, $i = 1...n$. Cada parte da curva B-Spline é determinada pela seguinte expressão:

$$f(s) = \frac{1}{6} \left[(1-t)^3 p_{i-1} + (3t^3 - 6t^2 + 4)p_i + (-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1)p_{i+1} + t^3 p_{i+2} \right]$$

com $0 \leq t \leq 1$, $t = s - s_i$, onde t é o parâmetro da curva. Portanto, para cada subintervalo, constrói-se um pedaço da curva B-Spline e unindo todos estes pedaços, tem-se a curva B-Spline completa (Figura 3).

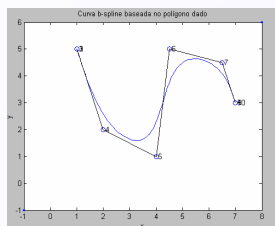


Figura 3 - Construção de uma suavização com o método B-Spline

Além das suavizações apresentadas nas figuras acima, a implementação também dispõe dos métodos Bezier cúbica, Spline Cúbica Natural, Spline controlada pela inserção de pontos e Spline tensionada por polinômios de Hermite para suavização das curvas, tornando possível a escolha do método que mais se adapta as necessidades do usuário.

Para complementar essa implementação foi desenvolvido um algoritmo de escoamento em vales para tratar do problema de degenerescências, pois com esse algoritmo é possível tratar de células degeneradas, ou seja, células que podem ser sela, vale ou crista (Figura 3).

tomando:

$$c_1 = 30, c_2 = 13, c_3 = 30 \text{ e } c_4 = 11$$

temos:

$$c_m = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{4} = 21 \text{ para sela;}$$

$$c_m = \frac{c_2 + c_4}{2} = 12 \text{ para vale e}$$

$$c_m = \frac{c_1 + c_3}{2} = 30 \text{ para crista.}$$

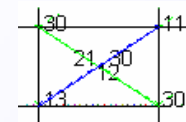


Figura 3 - Célula degenerada

O objetivo do algoritmo é estudar a vizinhança de cada célula degenerada para saber se há tendência de vale como continuidade em suas proximidades. No caso afirmativo considera-se vale, senão analisá-se se a célula é a continuidade de um vale; se não for toma-se crista. Em alguns poucos casos não se consegue certeza no diagnóstico e então deixa-se como sela. Uma representação do resultado do algoritmo pode ser vista abaixo (Figura 4).

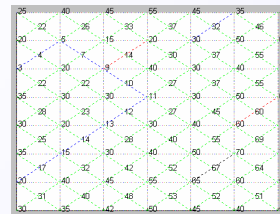


Figura 4 - células

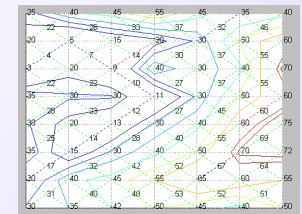


Figura 5 - contorno gerado através das células

No exemplo (Figura 4), podemos perceber que os vales, representados em todo o projeto pela cor azul, estão presentes em várias células do lado esquerdo da imagem, o que pode caracterizar por exemplo o percurso de um rio.

As isolinhas (Figura 5) mostram que haverá melhor correspondência com aquilo que se espera dos dados. O algoritmo anterior tomava todas as médias como sela e isto fornecia um resultado de curvas que não condiziam com o que se esperava dos dados, como pode ser visto abaixo (Figura 6).

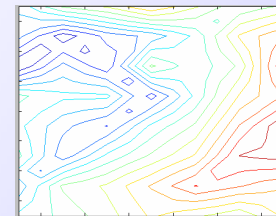


Figura 6 - curva incompatível com os dados fornecidos.

Bibliografia

- Adams, J.A. e Rogers, A. Mathematical Elements for Computer Graphics. Mc Graw Hill 1990
- Hachimoto, S.H. Splines Aplicadas ao Traçado de Isolinhas – Relatório Pibic 2004
- Hachimoto, S.H e Mancini, L. Manual do Usuário – FCT 2004