



# A QUESTÃO DA AVALIAÇÃO POLINOMIAL NA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE ENGENHARIA

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - Faculdade de Matemática

César Rolando Nunura Nunura - [01280371@puccrs.br](mailto:01280371@puccrs.br)

Dalcídio M. Claudio - [dalcidio@puccrs.br](mailto:dalcidio@puccrs.br) (orientador) Liara Aparecida dos Santos Leal - [liara@puccrs.br](mailto:liara@puccrs.br) (co-orientadora)

Agência Financiadora: CNPq



## Resumo

O presente trabalho focaliza o problema da avaliação de um polinômio aplicado a um problema de engenharia. O problema proposto consiste em avaliar um ponto isolado de um gráfico que modela o comportamento da confiabilidade em uma peça manufaturada da indústria automotiva - um eixo de caminhão do tipo cardan, à medida que o tempo aumenta. Com o levantamento de dados fornecidos por uma empresa da área automotiva, se elaboraram planilhas eletrônicas que geram gráficos "tempo versus confiabilidade" para determinados componentes do eixo em estudo a fim de visualizar o comportamento das suas confiabilidades em função do tempo dado em ciclos. Através da escolha de um método numérico apropriado como a interpolação polinomial, nos deparamos com o problema da avaliação de um polinômio que nos permita estimar um ponto isolado de um modo eficiente. Neste sentido, analisamos algumas formas clássicas para o polinômio interpolador, tais como a forma de Newton para diferenças finitas, tendo como ferramentas o sistema Maple. Como resultado da aplicação dos métodos descritos acima, é possível fazer, se for o caso, as correções necessárias no projeto e na fabricação do eixo, para dar à peça uma longa vida de trabalho que cumpra as expectativas de qualidade, o que compete à área de engenharia.

**Palavras-chave:** Avaliação Polinomial; Interpolação; Confiabilidade.

## O Problema da Confiabilidade

Considere um eixo de transmissão do tipo cardan em um teste diferenciado de fadiga [1] em função do tempo (número de ciclos). Este tipo de elemento de máquina está submetido a riscos de ruptura por fadiga devido às tensões cíclicas durante a carga de trabalho.



Fig. 1 - Eixo cardan de um caminhão mostrando seus componentes

No processo de fabricação, como resultado dos testes de fadiga, obtêm-se dados que fornecem o tempo em que a confiabilidade [2] da peça começa a diminuir.

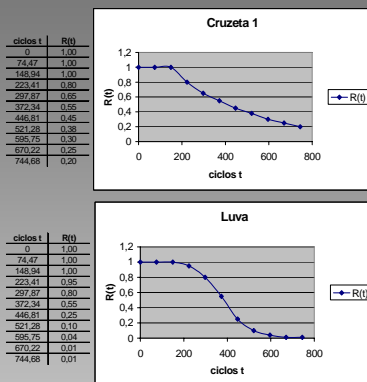


Fig. 2 - Gráficos de confiabilidade em função do tempo

No gráfico da cruzeta, se observa que a confiabilidade é 1,00 para 74,47 ciclos, a qual decresce para 0,80 a 223,41 ciclos. No gráfico da ponteira a situação é diferente, pois a confiabilidade é 1,00 para 297,87 ciclos e decresce para 0,95 em 448,81 ciclos. É evidente que a vida útil da ponteira é maior do que a da cruzeta no eixo cardan. Para ser possível uma correção, precisa-se calcular a confiabilidade da cruzeta para 180 ciclos, através de um método numérico apropriado, pois segundo o gráfico é aproximadamente neste período que a confiabilidade começa a decrescer.

Vamos considerar 200 ciclos como  $200 \cdot 10^6$  ciclos.

[1] Fadiga: Em peças e conjuntos de máquinas que estão sujeitos a variações de cargas aplicadas, ocorre o aparecimento de flutuações nas tensões originadas. Tais tensões podem adquirir um valor que, ainda que inferior à resistência estática do material, pode levar à sua ruptura, desde que a aplicação das tensões seja repetida inúmeras vezes. A falha provocada desse modo é denominada "falha por fadiga".

[2] Confiabilidade: A probabilidade de que um determinado item consiga cumprir algum objetivo especificado sob condições ambientais especificadas em um período de tempo especificado. Em dados tabelados, a confiabilidade assume valores como 0,99999999 o que podemos considerar como 1.

## Escolha do Método Apropriado para a Solução

Construímos uma tabela para Diferenças Finitas Ascendentes com  $n=10$  e  $h=74,46$

i	$X_i$	$Y_i$	$\Delta Y_i$	$\Delta^2 Y_i$	$\Delta^3 Y_i$	$\Delta^4 Y_i$	$\Delta^5 Y_i$	$\Delta^6 Y_i$	$\Delta^7 Y_i$	$\Delta^8 Y_i$	$\Delta^9 Y_i$	
0	0	1,00	0,00	0,00	-0,20	0,45	-0,70	0,90	-0,97	0,76	0,03	-2,00
1	74,47	1,00	0,00	-0,20	0,25	-0,25	0,20	-0,07	-0,21	0,79	-1,97	
2	148,94	1,00	-0,20	0,05	0,00	-0,05	0,13	-0,28	0,58	-1,18		
3	223,41	0,80	-0,15	0,05	-0,05	0,08	-0,15	0,30	-0,60			
4	297,87	0,65	-0,10	0,00	0,03	-0,07	0,15	-0,30				
5	372,34	0,55	-0,10	0,03	-0,04	0,08	-0,15					
6	446,81	0,45	-0,07	-0,01	0,04	-0,07						
7	521,28	0,38	-0,08	0,03	-0,03							
8	595,75	0,30	-0,05	0,00								
9	670,22	0,25	-0,05									
10	744,68	0,20										

Tabela 1 - Dados para a montagem do polinômio interpolador

O polinômio na forma potencial se escreve do seguinte modo

$$P_{10}(x) = -1,0517446129818317074 \cdot 10^{-25} x^{10} + 3,5366724304484590912 \cdot 10^{-22} x^9 - 4,9078506849824551691 \cdot 10^{-19} x^8 + 3,5747562106882345992 \cdot 10^{-16} x^7 - 1,403655238428252913 \cdot 10^{-13} x^6 + 2,4163116029053877102 \cdot 10^{-11} x^5 + 1,534838811313680643076 \cdot 10^{-9} x^4 - 0,0000012927423442602849208 x^3 + 0,00017132323364457548405 x^2 - 0,006699784209698468810 x + 1 \quad (1.0)$$

Utilizando diferenças finitas ascendentes no sistema Maple obtemos:

$$p(180) = 0,9225794019$$

## Avaliação do Polinômio

Uma forma mais eficiente de calcular valores de polinômios é através do esquema devido a Briot, Ruffini e Horner, que consiste em escrever o polinômio (1.0) na forma (1.1).

$$P_{10}(x) = 1 + x(-0,0066997842096984688101 + x(0,00017132323364457548405 + x(-0,0000012927423442602849208 + x(1,5348388113680643076 \cdot 10^{-9} + x(2,4163116029053877102 \cdot 10^{-11} + x(-1,403655238428252913 \cdot 10^{-13} + x(3,5747562106882345992 \cdot 10^{-16} + x(-4,9078506849824551691 \cdot 10^{-19} + x(3,5366724304484590912 \cdot 10^{-22} + x(-1,0517446129818317074 \cdot 10^{-25})))))))))) \quad (1.1)$$

É evidente que na maneira (1.1) se efetuam menos multiplicações, o que diminui o erro na resposta. (De 55 multiplicações diminui para 10 multiplicações). A notação em termos do método de Horner ou aninhamento é dada por:

$$P_n(x) = (...((a_0 \cdot x + a_1) \cdot x + ... + a_{n-1}) \cdot x + a_n$$

$$V_n = a_0$$

$$V_k = x \cdot V_{k-1} + a_{n-k} \quad k = (n-1) \rightarrow 0$$

$$P_n(x) = V_0$$

O inteiro positivo  $n$  é chamado grau do polinômio.

$$a_0 = -1,0517446129818317074 \cdot 10^{-25}$$

$$a_1 = 3,5366724304484590912 \cdot 10^{-22}$$

$$\vdots$$

$$a_9 = -6,6997842096984688101 \cdot 10^{-3}$$

$$a_{10} = 1$$

$$\text{Logo, } V_0 = P_{10}(180) = 0,930093679360$$

## Conclusão

Em termos de confiabilidade o resultado obtido é significativo, pois nos dados tabelados, a confiabilidade assume valores como 0,999999999 o que podemos considerar como 1. Neste caso, com o método de Horner a resposta se considera mais exata, pois é levado em conta a precisão do Maple e o método utilizado, neste caso Horner que diminui o número de operações. Outros método para avaliar polinômios podem ser empregado como o Pré-processamento dos coeficientes, e traz uma idéia interessante, pois investe uma certa quantidade de computação em pré-processar um problema e usar os resultados para outras simplificações. Um aspecto levado em conta sobre a confiabilidade de cada peça do eixo cardan é que as peças situadas nos extremos do cardan como, por exemplo, as cruzetas, o ciclo de vida e confiabilidade são menores em comparação à ponteira que se encontra na metade do eixo. Isto se deve a que nos extremos da peça em movimento, as tensões são maiores. Então compete à área de engenharia de projeto redimensionar as peças, fazer novas configurações sobre o material, carga, esforço, acabamento após da usinagem e outros aspectos para melhorar a confiabilidade e fazer que a confiabilidade chegue até o valor achado pelo polinômio depois de um grande tempo de operação em ciclos.

## Referências

- VACCARO, Guilherme Luis Roêhe. "Modelagem e Análise da Confiabilidade de Sistemas", Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFRGS, 1997.
- CLAUDIO, Dalcídio Moraes; MARTINS, Jussara. "Cálculo Numérico Computacional" São Paulo. Editora Atlas S.A. 1989.
- CHIAVERINI, Vicente. "Tecnologia Mecânica". Estrutura e Propriedades das Ligas Metálicas. Vol 1. São Paulo: McGraw-Hill, 1986.