XVIII CNMAC – Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional

Propagação de ondas SH em meios anisotrópicos.

[1] João dos Santos Protázio , [2] Rubenvaldo M. Pereira* , [3] Irazel Gonçalves Soares.

[1]PPGME, CCEN,UFPa / ESMAC [2] CPGF - CG, UFPa [3]PPGME, CCEN,UFPa .
Email: [1] rubenp@ufpa.br, [2] protazio@ufpa.br, [3] irazel@ufpa.br

Introdução:

Um meio monoclínico, dentro dos limites da elasticidade linear, tem pelo menos um plano especular de simetria. A propagação neste plano é o caso mais geral de propagação de onda elástica em um meio anisotrópico para o qual uma deformação puramente cisalhante e normal ao plano de propagação pode ocorrer em todas as direções. Quando este plano é vertical, estas ondas puramente cisalhantes são ondas SH e para que a sua propagação seja possível, o meio deve ter um plano vertical de simetria especular e a propagação deve se dar neste plano. Este trabalho investiga os efeitos da anisotropia sobre ondas escalares SH e que informações sobre a anisotropia podem ser extraídas destes efeitos. A análise aqui efetuada, para um ambiente anisotrópico estratificado mais geral onde estas ondas existem, é bastante simples e produz alguns resultados surpreendentes.

Método:

Primeiramente, considere-se um meio monoclínico, elástico e homogêneo, tendo x_1-x_2 como o plano de simetria especular em que a onda SH apresenta cisalhamento puro com polarização ortogonal. Supondo uma fonte pontual localizada no ponto $(0\text{-}h),\ h>0$ a equação do movimento para a componente, $\mathbf{u}_2=\mathbf{u}_2(t;x_1,x_3)$ que denotaremos por $\mathbf{u}=\mathbf{u}(t;x_1,x_3)$ é dada por (Costa J.C, 1993):

$$\partial_{tt}u=a_{66}\partial_{11}u+2a_{46}\partial_{13}u+a_{44}\partial_{33}u+\frac{\phi(t)}{\rho}\delta(x_1)\delta(x_3+h),$$

sendo ∂_{tt} a derivada segunda no tempo; ∂_{ij} a derivada cruzada com relação às i-ésima e j-ésima variáveis; δ, a função delta de Dirac; ϕ, a função assinatura no tempo, e $a_{ij}=c_{ij}/\rho$, os parâmetros elásticos do meio normalizados pela densidade. As condições iniciais do problema são dadas por:

$$\begin{cases} u(0;x_1,x_3)=0 \\ \partial_t u(0;x_1,x_3)=0. \end{cases}$$

Pode-se mostrar que o campo transiente pode ser dado por :

$$u(t;x_1,x_3)=\begin{cases} 0 & para \quad 0<t<\bar{r}/\bar{\beta} \\ \dfrac{1}{2\pi\bar{\rho}\bar{\beta}^2}\displaystyle\int_{\bar{r}/\bar{\beta}}^{t}\frac{\phi(t-\tau)d\tau}{\sqrt{t^2-\bar{r}^2/\bar{\beta}^2}} & para \quad t>\bar{r}/\bar{\beta}. \end{cases}$$

Agora, considere-se o problema da reflexão em um semi-espaço livre anisotrópico com interface localizada em com as mesmas condições iniciais anteriores e condições de contorno:

$$a_{44}\partial_3 u+a_{46}\partial_1 u=0,\ em\ x_3=0.$$

Pode-se também mostrar que o campo refletido é dado por:

$$u(t;x_1,x_3)=\begin{cases} 0, & para\ \ 0<t<\bar{r}/\bar{\beta} \\ \dfrac{1}{2\pi\bar{\rho}\bar{\beta}^2}\displaystyle\int_{\bar{r}/\bar{\beta}}^{t}\frac{\phi(t-\tau)d\tau}{\sqrt{t^2-\bar{r}^2/\bar{\beta}^2}}, & para\ \ \bar{r}/\bar{\beta}<t<\tilde{r}/\bar{\beta} \\ \dfrac{1}{2\pi\bar{\rho}\bar{\beta}^2}\left\{\displaystyle\int_{\bar{r}/\bar{\beta}}^{\tilde{r}/\bar{\beta}}\frac{\phi(t-\tau)d\tau}{\sqrt{t^2-\bar{r}^2/\bar{\beta}^2}}+\int_{\tilde{r}/\bar{\beta}}^{t}\frac{\phi(t-\tau)d\tau}{\sqrt{t^2-\tilde{r}^2/\bar{\beta}^2}}\right\}, & para\ \ t>\tilde{r}/\bar{\beta}. \end{cases}$$

Por fim, considerando-se a equação de onda na forma:

$$\hat{u}_s=A(x_1,x_3)e^{i\omega(t-\tau(x_1,x_3))}.$$

e inserindo-a na equação para um meio monoclínico, sendo τ é chamado de eikonal, A de amplitude, e ω de freqüência circular (suposto ser um parâmetro grande); as equações eikonal e do transporte para este meio monoclínico as são dadas abaixo

$$a_{66}\left(\frac{\partial\tau}{\partial x_1}\right)^2+2a_{46}\left(\frac{\partial\tau}{\partial x_1}\frac{\partial\tau}{\partial x_3}\right)+a_{44}\left(\frac{\partial\tau}{\partial x_3}\right)^2=1$$

$$\left\{2\left[a_{66}\left(\frac{\partial\tau}{\partial x_1}\frac{\partial A}{\partial x_1}\right)+a_{46}\left(\frac{\partial\tau}{\partial x_1}\frac{\partial A}{\partial x_3}+\frac{\partial\tau}{\partial x_3}\frac{\partial A}{\partial x_1}\right)+a_{44}\left(\frac{\partial\tau}{\partial x_3}\frac{\partial A}{\partial x_3}\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\left(a_{66}\frac{\partial^2\tau}{\partial x_1^2}+a_{46}\frac{\partial^2\tau}{\partial x_1\partial x_3}+a_{44}\frac{\partial^2\tau}{\partial x_3^2}\right)\right\}A=0$$

Agora considerando-se as seguintes parametrizações

$$\bar{x}_1=x_1-\frac{a_{46}}{a_{44}}x_3;\quad e\quad \bar{x}_3=\frac{\sqrt{a_{66}-a_{46}^2/a_{44}}}{\sqrt{a_{44}}}x_3;$$

$$\bar{\beta}=\sqrt{a_{66}-a_{46}^2/a_{44}}\quad e\quad \bar{\rho}=\frac{\rho\sqrt{a_{44}}}{\bar{\beta}}\quad e\quad \bar{\eta}=\sqrt{1/\bar{\beta}^2-\rho^2},\Re\bar{\eta}>0$$

Pode-se mostrar que aplicadas as equações acima estas são equivalente às isotrópicas abaixo

$$\left(\frac{\partial\tau}{\partial\bar{x}_1}\right)^2+\left(\frac{\partial\tau}{\partial\bar{x}_3}\right)^2=\frac{1}{\bar{\beta}^2}$$

$$\left(a_{66}-\frac{a_{46}^2}{a_{44}}\right)\left\{2\left[\left(\frac{\partial A}{\partial\bar{x}_1}\frac{\partial\tau}{\partial\bar{x}_1}\right)+\left(\frac{\partial A}{\partial\bar{x}_3}\frac{\partial\tau}{\partial\bar{x}_3}\right)\right]+\left[\left(\frac{\partial^2\tau}{\partial\bar{x}_1^2}\right)+\left(\frac{\partial^2\tau}{\partial\bar{x}_1^2}\right)\right]\right\}A=0$$

Conclusão:

Assim concluí-se que experimentos de reflexão de ondas SH em meios anisotrópicos monoclínicos estratificado subjacente a um meio isotrópico, não possuem qualquer informação sobre a anisotropia em virtude destes meios serem equivalentes a meios isotrópicos.

Referências:

[1] Costa, J.C. 1993, *Modelagem Sísmica e Inversão na Presença de Anisotropia*, Tese de Doutorado, CPGF – UFPa.

* Bolsista CNPQ-Brasil