

## 1. Introdução

A importância da filtração tangencial com membranas em processos industriais, tais como no processamento de emulsões, polpas, suspensões, e outras misturas tem estimulado o interesse em entender como se comporta o escoamento de tais fluidos. Nesse processo o solvente é forçado ao transporte através da membrana por aplicação de uma pressão transversal (pressão transmembrana). Dessa forma, os sólidos da mistura em solução são conduzidos para a superfície da membrana por transporte convectivo e uma porção do solvente é removida da mistura original, enquanto que parte do soluto acumulado sobre a membrana é transportado de volta à solução devido ao efeito difusivo. A parcela de soluto que se estabiliza junto superfície da membrana é conhecida como camada de polarização. Então, considerando o interesse em soluções numéricas para modelos de escoamento de fluidos em membrana tubular, esse trabalho tem como objetivos apresentar um estudo numérico para o escoamento de misturas aquosas em membrana tubular e investigar os efeitos de parâmetros físicos no campo de concentração.



Figura 1: Princípio da filtração tangencial.

## 2. Modelo Matemático

### 2.1 Formulação do modelo de filtração

- Laminar;
- Incompressível.
- Isotérmico;
- Axissimétrico;
- Tubo circular;
- Paredes permeáveis.

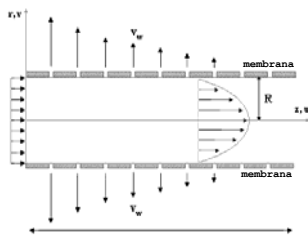


Figura 2: Representação do escoamento na membrana tubular.

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv^2)}{\partial r} + \frac{\partial(uv)}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right),$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(uc)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rvc)}{\partial r} = \frac{1}{\text{Pe}} \left( \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right).$$

### 2.2 Condições de fronteira

$$\begin{aligned} z = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad u &= u_0, & v &= 0, & c &= c_0, \\ z = L, \quad 0 \leq r \leq R, \quad \frac{\partial u}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial v}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial c}{\partial z} &= 0, \\ r = 0, \quad 0 \leq z \leq L, \quad \frac{\partial u}{\partial r} &= 0, & v &= 0, & \frac{\partial c}{\partial r} &= 0, \\ r = R, \quad 0 \leq z \leq L, \quad u &= 0, & v &= v_w = \frac{\Delta p}{R_m + R_c}, & D \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_{r=R} &= v_w c_{f=R} \end{aligned}$$

resistência da membrana      resistência da camada de concentração de polarização      coeficiente de difusão

### 2.3 Adimensionalização

$$\bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{u} = \frac{u}{u_0}, \quad \bar{v} = \frac{v}{u_0}, \quad \bar{p} = \frac{p}{\rho u_0^2}, \quad \bar{t} = \frac{t u_0}{R}, \quad \bar{c} = \frac{c}{c_0}.$$

### 2.4 Método Numérico

- Discretização por diferenças finitas em malha deslocada;
- Termos convectivos aproximados pelo esquema HLLP;
- Pressão e velocidades são calculados pelo método SOLA.

## 3. Resultados

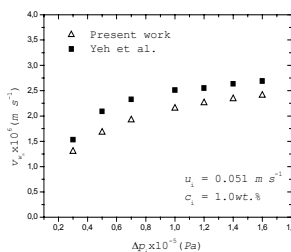
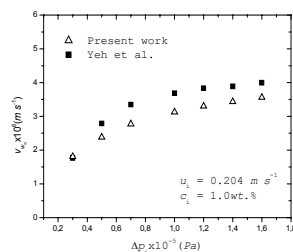


Figura 3: Comparação dos resultados numéricos com valores experimentais do fluxo de permeado médio para uma solução de Dextran T500.



➤ Figura 3 mostra uma comparação de resultados a fim de verificar a validação do modelo.

➤ Figura 4 mostra que a concentração próxima a superfície da membrana aumenta com a distância axial da entrada do tubo, o que está de acordo com o problema físico estudado, já que a espessura da camada de polarização tende a aumentar com a distância axial.

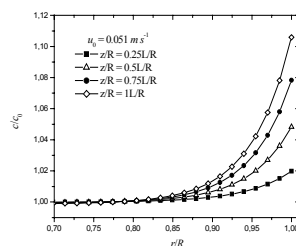


Figura 4: Concentração local em função da coordenada radial ao longo do eixo z, para uma solução de Dextran T500.

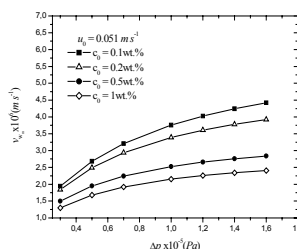


Figura 5: Fluxo de permeado médio em função da pressão transmembrana para diferentes concentrações de alimentação.

➤ Figura 5 mostra que o fluxo de permeado diminui quando o concentração,  $c_0$ , aumenta, isso ocorre porque quando se tem um aumento no nível da concentração da solução, aumenta-se também a concentração de partículas na superfície da membrana e consequentemente o fluxo diminui.

## 4. Conclusões

- Resultados numéricos apresentaram boa concordância com os resultados experimentais;
- O modelo produz resultados compatíveis com os fenômenos associados ao problema físico estudado.

## 6. Referências

- Damak, K., Ayadi, A., Schimitz, P. and Zeghmami, B., 2004, "Modeling of Crossflow Membrane Separation Processes under Laminar Flow Conditions in Tubular Membrane", Desalination, Vol. 168, pp. 231-239.
- Galdes, V., semião, V. and Pinho, M.N., 2001, "Flow and Mass Transfer Modelling of Nanofiltration", Journal of Membrane Science, Vol. 191, pp. 109-128.
- Yeh, H.M., Dong, J.H. and Shi, M.Y., 2002, "Effects of design and operating parameters on the decline of permeate flux for membrane ultrafiltration along hollow-fiber modules", Vol. 241, pp. 335-345.