

Produção de Material Didático para o Ensino de Dinâmica de Populações

Denison Francisco de Oliveira
 Instituto de Física – USP
 denison@vps.fmvz.usp.br

Marcos Amaku, Fernando Ferreira
 Faculdade de Medicina Veterinária e Zootecnia – USP
 amaku@vps.fmvz.usp.br, fernando@vps.fmvz.usp.br

Este projeto teve como objetivo principal elaborar aplicativos para o ensino de ecologia de populações, com o desenvolvimento de simulações baseadas em modelos matemáticos. O público-alvo são professores e estudantes de diversas áreas, como Medicina Veterinária, Medicina, Biologia, Matemática, Física, Saúde Pública, entre outras.

O estudo de fenômenos como, por exemplo, a transmissão de doenças infecciosas, o controle de populações animais e o crescimento de populações envolve a compreensão de vários conceitos ecológicos e epidemiológicos complexos. A modelagem matemática dos fenômenos mencionados, além de útil como ferramenta de auxílio na elaboração de estratégias em ecologia e epidemiologia, pode também auxiliar no aprendizado destes fenômenos de comportamento não-linear.

Através de simulações interativas feitas com base em modelos matemáticos, pode-se estudar a influência de parâmetros biológicos (taxas vitais, taxas de contato para transmissão de infecção, taxas relacionadas a controle populacional, entre outros) na dinâmica de populações, por meio da análise de saídas gráficas. Foram implementados modelos de crescimento populacional (exponencial e logístico), modelo presa-predador de Lotka-Volterra, e modelos para transmissão de doenças infecciosas. O desenvolvimento dos aplicativos em Java foi feito com o auxílio do programa Ejs.

Modelo de crescimento Exponencial

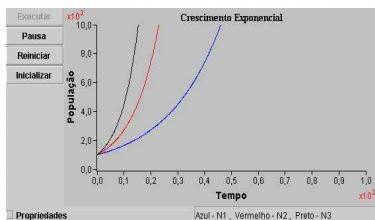
Este modelo, proposto por Malthus, supõe a variação da população proporcional ao próprio tamanho da população, com taxa de crescimento constante.

A equação que descreve esse tipo de crescimento é:

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

Com solução:

$$N(t) = N_0 e^{rt}$$

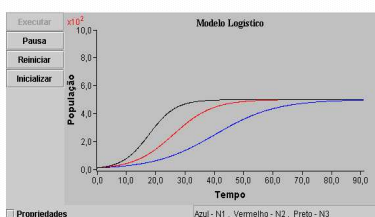


Modelo de crescimento Logístico

Este modelo, proposto por Verhurst, supõe que uma população poderá crescer (com taxa constante r) até um limite máximo K (conhecido como capacidade de suporte), a partir do qual tende a se estabilizar.

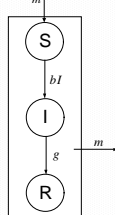
A equação que descreve este modelo é:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right)$$

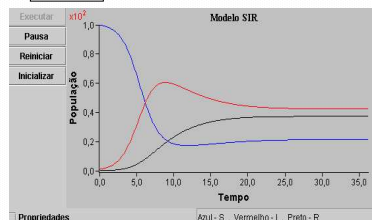


Modelo de transmissão S-I-R (Suscetível-Infetado-Recuperado)

O esquema abaixo descreve o modelo.

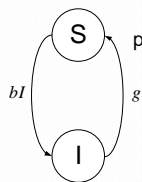


b : taxa de contatos potencialmente infectantes
 g : taxa de recuperação
 m : taxa de natalidade = taxa mortalidade

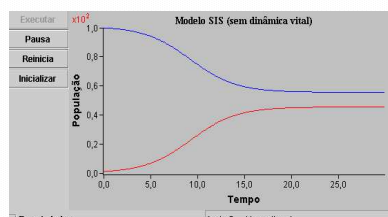


Modelo de transmissão S-I-S (Suscetível-Infetado-Suscetível)

O esquema abaixo descreve o modelo.



b : taxa de contatos potencialmente infectantes
 g : taxa de recuperação, retorno dos infectados ao compartimento de suscetíveis

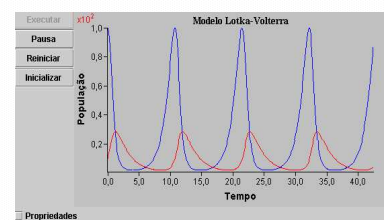


Modelo Lotka-Volterra

Neste modelo para *presa-predador* a população de presas tende a crescer exponencialmente na ausência de predadores e a população de predadores a diminuir exponencialmente na ausência de presas. Ele é descrito pela equações:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) - cN(t)P(t)$$

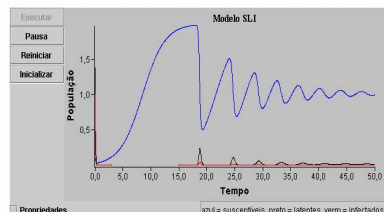
$$\frac{dP(t)}{dt} = bN(t)P(t) - mP(t)$$



Modelo de transmissão S-L-I (Suscetível-Latentes-Infeciosos)

Este modelo foi elaborado para descrever a dinâmica de transmissão de raiva em raposas na Europa.

Neste modelo há um estágio onde os indivíduos estão infectados, porém ainda não transmitem a doença.



Agradecimentos:

- Projeto PROMAT - Pró-Reitoria de Graduação da USP
- EJS – <http://fem.um.es/Ejs>