

Deteção de sinais de pulsos de radar através da transformada contínua da wavelets

Ademilson Zanandrea, Osamu Saotome, Sérgio Viana de Freitas

Divisão de Engenharia Eletrônica-IEE, Instituto Tecnológico da Aeronáutica-ITA,

12228-900, São José dos Campos - SP

E-mail: ademil@ele.ita.br

A transformada contínua de *wavelets* é introduzida para detectar as características de escala ou período T de sinais de pulsos de radar intercalado. Duas *wavelets* mãe são usadas, a Retangular que tem suporte compacto no tempo e a de Morlet, as quais contém um número fixo, M , de ciclos de uma exponencial complexa, que provê uma resolução espectral de $(1/M)T$. A detecção por *wavelets* mostrou-se robusta aos pulsos perdidos e sensível para seqüências simples e complexas. O método apresenta melhores resultados em relação a outros já reportados, como o método da histogramação e do periodograma. A análise de *wavelets* suprime as complicações de múltiplos harmônicos e os efeitos de interferência cruzada entre seqüências de pulsos intercalados são minimizados. A análise em tempo-escala usando a *wavelet* de Morlet apresenta melhor definição dos picos da potência espectral para a seqüência *wobulated* e o procedimento de cálculo da transformada no domínio de freqüência diminuiu consideravelmente o custo computacional, sem perdas na eficiência de detecção.

INTRODUÇÃO

Um sistema de vigilância usado para detectar e identificar radares mede certas características das emissões de radar para averiguar a natureza da fonte [17, 16, 8]. A maioria dos radares que se encontra na prática emite energia numa seqüência de pulsos predefinida. A distribuição destes pulsos segue padrões simples ou complexos descritos por parâmetros mensuráveis, como intervalos de repetição de pulsos. Com a finalidade de descobrir e identificar radares, considerando-se estas sucessões de pulsos como sinais. O problema de determinar a presença de um emissor específico é então um problema de detecção. A presença ou ausência de um emissor é uma função do trem de pulsos de chegada.

Um problema significativo surge quando os sinais de dois ou mais emissores se sobrepõem no tempo. Os pulsos que chegam numa ordem natural tornam-se intercalados. Isto complica a tarefa de identificação das seqüências individuais. As vezes é difícil, ou impossível determinar quais pulsos pertencem para qual emissor, ou até mesmo quantos emissores estão representados em um fluxo de pulsos intercalados.

Um método já conhecido para o processamento de seqüências de pulsos intercalados é baseado na histogramação da diferença de tempos de chegada [2, 3, 11, 7, 9]. A essência deste método é fazer uma procura grosseira de períodos de repetição de pulsos usando a histogramação e removendo qualquer seqüência com os períodos detectados no fluxo de pulsos intercalados e então repetir o processo nos dados restantes. Outro método utilizado é a detecção da freqüência de repetição de pulsos através do periodograma de Fourier [5, 15, 12].

Conforme abordado por [3] várias complicações comprometem a eficiência destes dois métodos. O método tradicional de histogramação produz falsas detecções para múltiplos intervalos de repetição de pulsos, é sensível à largura de caixa, não descobre uma seqüência de pulsos complexos e é um procedimento computacional custoso. Pior de tudo, o fluxo de pulsos intercalado produz um fundo de falsos buracos de pulsos no histograma, escondendo os verdadeiros intervalos de repetição de pulsos. O periodograma produz falsas detecções para múltiplos intervalos de repetição de pulsos, não detecta pequenas seqüências, falha na detecção de seqüências complexas e provê uma estratégia de procura ineficiente.

Neste trabalho, nós descrevemos o método de análise de tempo-escala chamada de transformada de *wavelets* [1, 6], para detectar seqüências de pulsos de radar, analisando a série temporal do fluxo de pulsos intercalados. Similarmente a abordagem reportada por [2, 3], a função de detecção contém um argumento que corresponde a localização no tempo e o outro corresponde as características de escala ou período T . Um único parâmetro ajustável M fixa a resolução da detecção. Na seção seguinte, apresentamos uma revisão sobre a teria de transformada contínua de *wavelets* e a possibilidade de processar a convolução no domínio de freqüência, para otimizar o custo computacional. Posteriormente, mostramos as simulações e análises realizadas, onde introduzimos a *wavelet* de Morlet, como alternativa a Retangular, proposta por Driscoll e Howard [3], para melhorar a eficiência na detecção de periodicidades e também apresentamos às conclusões relevantes obtidas neste estudo.

METODOLOGIA UTILIZADA

Tem sido demonstrado que a análise de Fourier tradicional não é recomendável na investigação de fenômenos não estacionários ou aqueles em que o sinal possui variações bruscas [4]. A Transformada em

wavelets, cuja base matemática foi constituída recentemente [10, 1, 6], oferece uma alternativa vantajosa à análise de Fourier nestas situações. Ela decompõe a informação contida na série temporal tanto em tempo quanto em escala (frequência), como uma espécie de Transformada de Fourier evolutiva. Desta forma, a análise da variabilidade complexa dos sinais de pulsos de radar através de transformada contínua de *wavelets*, visando a detecção de períodos de repetição em função do tempo, apresenta-se como técnica de detecção e discriminação de pulsos intercalados.

Uma das ferramentas mais conhecidas na análise de sinais é a transformada de Fourier. Ela permite que analisemos um sinal no domínio da frequência através de uma transformação linear, que leva o sinal do domínio temporal para o de frequência. A transformada de Fourier de um sinal $f(t)$ é definida por:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-2\pi f t} dt \quad (1)$$

onde $F(f)$ representa o espectro do sinal no domínio frequência, através do qual se pode analisar as características de periodicidades dominantes que o sinal possui. A limitação da transformada de Fourier se encontra na análise de sinais não-estacionários e de duração finita, pois sua base de senos e co-senos tem duração infinita.

Para superar esta limitação foi criada a transformada curta de Fourier que introduz uma janela responsável por uma varredura temporal. Sua definição envolve parâmetros de localização o sinal no tempo e na frequência, da seguinte forma:

$$F(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{t}) \cdot g^*(t - \mathbf{t}) dt \quad (2)$$

na qual $g(t - \mathbf{t})$ é a “função janela”, e $g^*(t)$ é o conjugado de $g(t)$. Como o comprimento da janela é fixo, a transformada curta de Fourier não constitui uma ferramenta eficiente para a análise de sinais que possuem baixas e altas frequências.

A transformada de *wavelet* oferece uma solução para esta restrição da transformada curta de Fourier. A duração da *wavelet* $\mathbf{y}(t)$, uma função com papel similar ao da janela $g(t)$, pode ser ajustada em função do conteúdo de frequência do sinal a ser analisado ou da ênfase que se deseja atingir na análise das baixas e altas frequências do sinal. Considere-se então $\mathbf{y}(t)$ uma função oscilatória e de curta duração. A transformada contínua de *wavelets* é então definida pela seguinte expressão:

$$W(s, u) = s^{-\frac{1}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \mathbf{y}^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (3)$$

onde \mathbf{m} é o parâmetro responsável pelo deslocamento de $\mathbf{y}(t)$ ao longo do eixo do tempo, enquanto que o parâmetro s , denominado escala, é responsável pela compressão ou dilatação. A transformada de *wavelets*, expressa em função de dois parâmetros u e s é similar a transformada curta de Fourier através do deslocamento da função janela e da frequência.

Para a aplicação da transformada necessitamos escolher uma função que vai fazer um papel similar ao da janela da transformada curta de Fourier, conhecida como *wavelet* mãe. Alguns critérios principais devem ser considerados nessa escolha. Primeiramente, essa função deve satisfazer a condição de admissibilidade:

$$C_{\Psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\mathbf{w})|^2}{|\mathbf{w}|} d\mathbf{w} < \infty \quad (4)$$

onde C_{Ψ} é uma constante e $\Psi(\mathbf{w})$ é a transformada de Fourier da *wavelet* mãe $\mathbf{y}(t)$. Outra condição é que $\mathbf{y}(t)$ deve ser uma função finita no tempo, ou seja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{y}(t)| dx < \infty \quad (5)$$

que mostra que a *wavelet* mãe é limitada no domínio do tempo e de frequência e é uma função oscilante de valor DC nulo.

O valores de $W(s, u)$ exprimem então a decomposição do sinal $f(t)$ numa posição u e numa escala s precisas. O conjunto de valores para este parâmetro fornece assim, uma representação bi-dimensional do sinal no tempo (espaço) e em escala (frequência ou número de onda). Segundo [4] pode-se definir uma densidade de potência espectral no tempo-escala, como:

$$S(s, u) = \frac{|W(s, u)|^2}{s} \quad (6)$$

A escolha da *wavelet* de investigação ainda constitui questão aberta na análise do sinal e está relacionada com as características do sinal que se deseja estudar. Assim, desde que sejam conhecidas as características gerais do sinal a ser analisado, pode-se escolher a família de *wavelet* a ser utilizada de tal forma que possua atributos similares aos do sinal, tais como assimetria, variabilidade temporal e resolução espectral. A análise de potência espectral será aplicada para como função detectora dos intervalos de repetição dos pulsos de radar em função do tempo.

O teorema da convolução [14] mostra que a

convolução no domínio do tempo converte-se em produto interno no domínio de frequência, podendo ser usado para otimizar o custo computacional da transformada de *wavelets*. Sabemos que a transformada de *wavelets* é dada por:

$$W(T, t) = T^{-\frac{1}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(t') \cdot \mathbf{y}^* \left(\frac{t-t'}{T} \right) dt' \quad (7)$$

Se definirmos uma função por $\mathbf{y}_T(t) = \mathbf{y}^* \left(\frac{-t}{T} \right)$, a transformada pode ser reescrita como:

$$W(T, t) = T^{-\frac{1}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(t') \cdot \mathbf{y}_T(t-t') dt', \quad (8)$$

de forma que:

$$W(T, t) = T^{-\frac{1}{2}} \cdot (s(t) * \mathbf{y}_T(t)), \quad (9)$$

que no domínio de frequência fica:

$$W(T, t) = T^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathfrak{S}^{-1}(\hat{s}(f) \hat{\mathbf{y}}(f)) \quad (10)$$

Usando a equação (10) pode-se calcular a transformada de *wavelets* para qualquer escala T , simultaneamente para todos os deslocamentos t , de forma eficiente e rápida. O algoritmo de convolução no domínio temporal tem um custo computacional proporcional N^2 , onde N é o tamanho dos vetores a serem convolucionados, contra um custo proporcional a $N \log(N)$ no domínio de frequência. Como os sinais de pulsos de radar podem ter séries temporais com um número de pontos bastante elevado, implementamos o algoritmo da transformada de *wavelets* no domínio da frequência.

ANÁLISE E RESULTADOS

Conforme já mencionado a transformada de *wavelets* possui grandes vantagens na análise de sinais não-estacionários, que apresentam variações complexas no tempo e frequência. Por esse fato, a transformada de *wavelets* se aplica ao caso de detecção de pulsos de radar, uma vez que estes têm de duração finita e podem ter diferentes intervalos de repetição, para diferentes tipos de radar.

Uma seqüência de pulsos recebidos por um receptor de radar constitui um sinal $s(t)$ que representa a superposição de N pulsos retangulares de duração \mathbf{t} , deslocados no tempo de acordo com o tempo de chegada t_j , que matematicamente representado por:

$$s(t) = \sum_{j=1}^N \text{rect} \left(\frac{t-t_j}{\mathbf{t}} \right) \quad (11)$$

As seqüências de pulsos de radar podem ser de três tipos: a simples, na qual o intervalo de repetição é constante; a *Stagger*, que tem mais de um intervalo de repetição para uma mesma emissão; e Complexas que envolvem seqüências do tipo *jittered* e *wobulated*.

Para uma seqüência simples, com intervalo de repetição igual a T , os tempos de chegada dos pulsos são:

$$t_j = (j-1) \cdot T + t_f; \quad j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (12)$$

onde t_f é uma constante que representa a fase e $T = t_{j+1} - t_j$. Para uma seqüência *stagger* com M fases, $T_1, T_2, T_3, \dots, T_M$ que se repetem a cada M ciclos: $t_{j+M} = t_j$, os tempos de chegada dessa seqüência são:

$$t_1 = t_f; \quad t_j = t_{j-1} + T_j; \quad j = 2, 3, \dots, N \quad (13)$$

Numa seqüência complexa do tipo *wobulated*, os valores dos intervalos de repetição são criados segundo a seguinte equação:

$$T_j = A \cos(B_j + C) \quad (14)$$

e os tempos de chegada seguem a equação (13).

A Figura 1 mostra exemplos de sinais de pulsos de radar simulados através das seqüências simples, *stagger* e *wobulated*, de acordo com as equações (12, 13 e 14). Estes gráficos mostram as características do sinal de pulsos de radar que chegam ao receptor e que devem ser detectados. O sinal simples (T constante) foi simulado com um $T = 10$ e com início no tempo igual a $T_f = 10$. O sinal *stagger* (T que se repete dentro de um conjunto de valores) foi simulado com início no tempo $T_f = 5$ e com um conjunto de $T_j = 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0$. O sinal *wobulated* (T variando em torno de um valor central) foi simulado com início no zero ($T_f = 0$) e com um período central $T = 7$, com variação máxima de 10% em torno desse valor. Todos os pulsos têm uma largura unitária ($\mathbf{t} = 1$). O último gráfico mostra a sobreposição dos três sinais (*interleaving*), evidenciando as características de soma dos sinais individuais. A implementação da técnica de detecção e separação dos pulsos intercalados é realizada usando a transformada contínua de *wavelets* da equação (7) a um sinal $s(t)$, na forma:

$$W(T, t) = T^{-\frac{1}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(t') \cdot \mathbf{y}^* \left(\frac{t-t'}{T} \right) dt', \quad (15)$$

onde T é a escala ou intervalo de repetição de pulsos e

t é o deslocamento no tempo. A função detectora é definida a partir da densidade espectral de *wavelets* (6), na seguinte forma:

$$D(T, t) = \frac{T}{M} |W(T, t)|^2 \quad (16)$$

A detecção representa, no plano tempo-escala, a discriminação dos trens de pulsos intercalados, que podem ter diferentes intervalos de repetição T , que ocorre ao longo do tempo t .

Devido as propriedades de superposição da Equação (15), o valor do intervalo de repetição característico de cada emissão pode ser deduzido de $D(T, t)$, sem ser necessário desintercalar (*deinterleaving*) a seqüência de pulsos, melhorando a robustez, velocidade e exatidão de algoritmos usados para processar seqüências de sinais de radar pulsados.

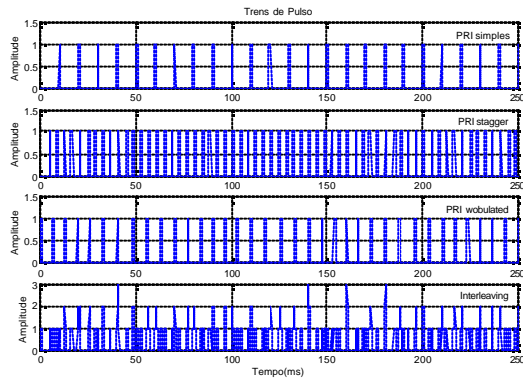


Figura 1 – Sinais de seqüências de trens de pulsos no domínio do tempo e o *interleaving*, que é a soma entre eles.

A procura da *wavelet* mãe $y(t)$ para detectar o período de repetição de pulsos contidos nos sinais de seqüências de pulsos de radar, envolve a busca de uma função que tenha características semelhantes ao sinal no domínio do tempo e boa concentração de potência espectral, no domínio de freqüência. A *wavelet* mãe utilizada por [3] é:

$$y(t) = M^{-\frac{1}{2}} c\left(\frac{t}{M}\right) e^{2\pi i t} \quad (17)$$

onde $c(t)$ é uma janela retangular de comprimento unitário, e M é o menor comprimento do trem de pulsos que esperamos receber ou desejamos detectar. Neste trabalho, introduzimos a *wavelet* de Morlet, para podermos comparar as características de detecção com *wavelet* retangular utilizada por [3]. A *wavelet* de Morlet [6] tem como equação:

$$y(t) = \frac{1}{(s^2 p)^{1/4}} e^{-\frac{t^2}{2s^2}} e^{2\pi i t} \quad (18)$$

onde s é o desvio padrão (ligado a largura de banda espectral), que está diretamente associado ao

parâmetro M da *wavelet* Retangular e f_o é o centro de freqüência.

A Figura 2 mostra os gráficos das *wavelets* Retangular e de Morlet nos domínios de tempo e de freqüência. Pode-se ver que a *wavelet* Retangular possui suporte compacto no domínio do tempo, enquanto que a de Morlet é infinita. Devido a isto, no domínio de freqüência, a *wavelet* de Morlet apresenta uma banda de energia espectral mais concentrada, sem os lóbulos secundários da *wavelet* Retangular. Mais adiante, na análise espectral, mostraremos que esta diferença de características espectrais trará importantes conseqüências para a detecção em tempo-escala (escalogramas).

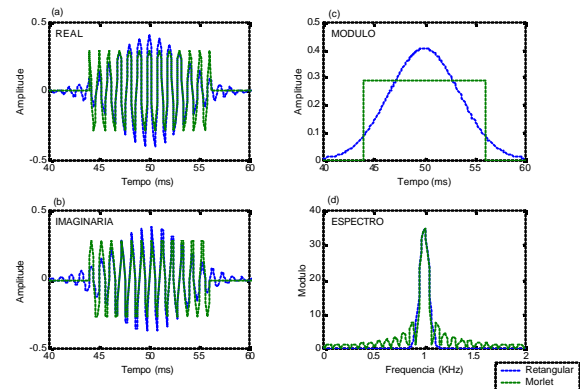


Figura 2 – *Wavelets* Retangular e de Morlet no domínio do tempo (a, b, c) e de freqüência (d).

A Figura 3 mostra os resultados da aplicação da análise da transformada contínua de *wavelets*, para cada seqüência de pulsos de radar da Figura 1: simples, *stagger* e *wobulated*, respectivamente. A análise envolve a convolução da *wavelet* complexa de Morlet com o sinal, de acordo com a equação (15), para detectar o período de repetição dos pulsos recebidos pelo detector, através da função detectora da equação (16). Esta análise espectral de *wavelets* traz como resultado a potência espectral $D(T, t)$ em função da escala T e do tempo t (ou escalogramas). Nos escalogramas, o eixo temporal varia linearmente ao longo do tempo do sinal analisado (ver Figura 1) e o eixo das escalas varia linearmente desde a escala 2 até 15. Os valores de potência estão normalizados.

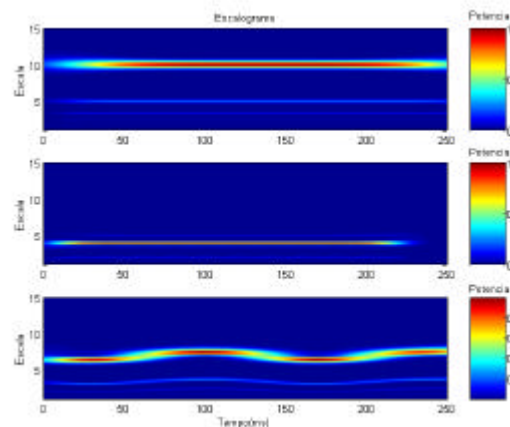


Figura 3 – Análise de *wavelets* em tempo-escala ou escalogramas dos

sinais mostrados na Figura 1. De cima para baixo são mostrados os escalogramas das seqüência simples, *stagger* e *wobulated*, respectivamente. Análise foi realizada utilizando a *wavelet* complexa de Morlet (equação 18).

Os escalogramas permitem saber a predominância de potência espectral em função do tempo e da escala, permitindo-nos descobrir o período de repetição dos pulsos recebidos por um detector em função do tempo. O escalograma do gráfico superior mostra a predominância de potência estável no tempo em torno do período igual 10 s, o que corresponde fortemente às características atribuídas ao sinal simulado da seqüência simples mostrado na Figura 1. O escalograma intermediário correspondente análise do sinal *stagger*, que mostra claramente a predominância de potência em torno de 4s (período intermediário entre 5 e 3 s), desde o tempo 0 até 220 ms, que está em acordo com os atributos do sinal *stagger* no domínio do tempo. Similarmente, o espectrograma inferior corresponde a análise do sinal *wobulated*, que mostra uma curva co-senoidal de predominância de potência em torno do período igual 7 s que se estende ao longo de todo o tempo. Estas características espectrais de detecção apresentam excelente concordância com ao período de repetição de pulsos co-senoidal, com periodicidade central 7 s, atribuído ao sinal no domínio do tempo. A função detectora, representada através da análise espectral de potência no domínio tempo-escala, mostra-se eficiente para a detecção das periodicidades complexas apresentadas pelas seqüências de pulsos radar.

A Figura 4 mostra a análise de *wavelets* ou detecção do sinal intercalado (*interleaving*), que é a soma das seqüências individuais. Os dois escalogramas mostram também as diferenças de performance entre as *wavelets* Retangular (gráfico superior) e de Morlet (gráfico inferior) para a detecção de sinais complexos intercalados. Pode-se ver a predominância de potência dos sinais individuais mostrados nos escalogramas da Figura 3, mostrando que a função detectora consegue distinguir as seqüências simples, *stagger* e *wobulated*, evidenciando no domínio tempo-escala as características atribuídas aos sinais no domínio do tempo (ver gráfico inferior da Figura 1). A detecção da variação complexa de períodos da seqüência *wobulated* mostrou grande eficiência, onde o espectrograma mostra claramente a presença de picos de potência em períodos com variação co-senoidal ao longo do tempo, como era esperado.

A comparação dos detalhes destes resultados apresentados nos dois escalogramas, principalmente nas regiões dos picos predominantes de potência, evidencia a diferença de performance das *wavelets* Retangular e de Morlet para a detecção deste tipo de sinal. Percebe-se o aparecimento de “sombras” nos dois escalogramas, sendo que o escalograma da análise pela *wavelet* de Morlet (o inferior) mostra maior concentração, ou menor vazamento, de potências em torno dos picos principais. Isto se deve

ao fato de que a *wavelet* de Morlet tem melhor concentração de potência, ou menor largura de banda espectral e sem lóbulos secundários no domínio de freqüência, em comparação com a *wavelet* Retangular. Estes resultados mostram que as características espectrais da *wavelet* de Morlet a tornam mais robusta (melhor resolução) para a detecção de sinais de pulsos de radar em tempo-escala.

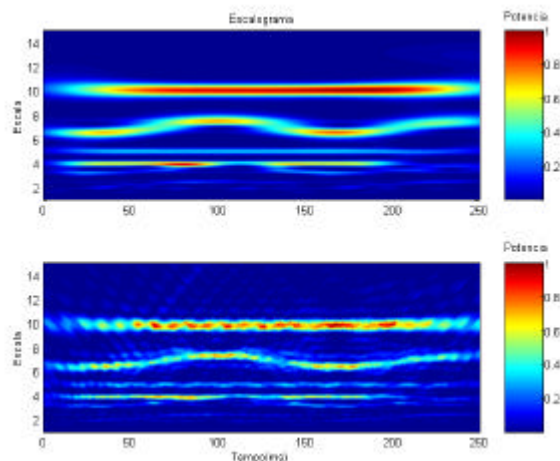


Figura 4 – Espectrogramas que representam a análise de tempo-escala usando a transformada de wavelets de Morlet (gráfico superior) e Retangular (gráfico inferior).

A Figura 5 mostra a média de potência de cada escala dos espectrogramas da Figura 4. A média de potência espectral em cada escala de um escalograma durante todo o intervalo de tempo é chamado de espectro global de *wavelets* [14]. Os gráficos de potências em função da escala oferece uma outra forma de ver as escalas predominantes, que pode ser alternativamente utilizado como parâmetro de detecção. Pode-se ver as curvas são bastante semelhantes, onde as *wavelets* de Morlet e Retangular mostram os picos predominantes de potência nos períodos 4s (período intermediário *stagger*), entre 6 e 8 s (*wobulated*) e centrado em 10 s (seqüência simples), conforme poderíamos esperar. Por possuir maior resolução de freqüência, a curva do espectro relacionado a *wavelet* de Morlet mostra maior suavização em relação a Retangular.

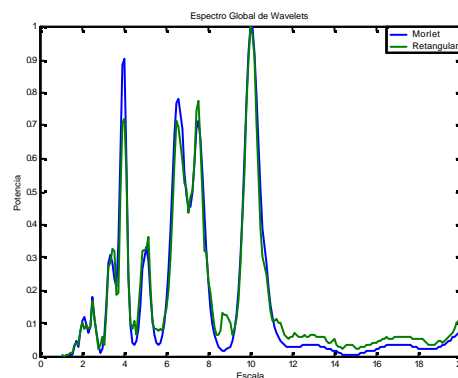


Figura 5 – Espectros médios em função da escala (espectro global de *wavelets*) para os espectrogramas da Figura 4.

As “sombras” na detecção espectral do sinal, ou ruídos espectrais em períodos que não existem, torna

necessário o uso de um valor de *threshold* para a detecção. O espectro global de *wavelets* pode facilitar a identificação do *threshold* ideal, já que não existe um valor quantitativo pré-determinado. Com as potências normalizadas, um valor de *threshold* razoável seria em torno de 0,4, com o qual os períodos de repetição de pulsos das três seqüências seriam detectados.

CONCLUSÕES

Os resultados aqui obtidos mostram que a transformada contínua de *wavelets*, baseada na *wavelet* de Morlet, mostrou maior eficiência do que a *wavelet* Retangular utilizada por Driscoll e Howard [3] para detectar as características de escala ou períodos T de uma seqüência de pulsos de radar. Este método mostrou melhor performance em relação a outros métodos, tais como o método de histogramação e periodograma [3]. A transformada de *wavelets* fornece uma eficácia bem superior na detecção do período de repetição de pulso T, que depende de um parâmetro adimensional M . Este parâmetro controla a resolução do detector e configura uma duração de janela MT adequada para todas as escalas.

A análise de *wavelets* mostrou ser mais apropriada para a procura de grandes escalas de T, resolvendo o problema de separação de picos fundamentais dos seus harmônicos e sub-múltiplos (Figuras 3, 4 e 6). A função detectora suprime potências de fundo, é robusta na localização dos pulsos perdidos e a interferência cruzada entre as seqüências de pulsos intercalados.

Sob o ponto de vista computacional, neste trabalho implementou-se o algoritmo da convolução rápida no domínio de freqüência, que permitiu uma diminuição significativa do tempo de processamento da transformada de *wavelets*, sem nenhuma perda de detecção. Esse algoritmo visa também uma futura implementação em processadores de sinais digitais para detecção em tempo real, uma vez que o uso do algoritmo FFT já se encontra otimizado, facilitando a implementação da transformada. Futuramente poderemos otimizar ainda mais o tempo computacional implementando o espectro analítico da transformada de Fourier da *wavelet* de Morlet, evitando o cálculo da FFT da *wavelet* em cada escala e ainda otimizando o espaçamento entre as escalas (resolução) sem perdas de detecção. Outro estudo que poderá ser feito refere-se a inferência estatística de detecção, alarme falso, entre outros parâmetros estatísticos que permitem melhorar a precisão estatística do método de detecção.

AGRADECIMENTOS

Ademilson Zanandrea agradece a Fapesp pelo apoio financeiro ao projeto sob processo n. 00/10043-9.

Referências

- [1] Daubechies, I. **Ten lectures on wavelets**. Philadelphia: SIAM, 1992.
- [2] Howard, S. and Driscoll., D. Pulse train detection using a continuous wavelet transform. Proceedings of the Second Workshop on Signal Processing Applications, Brisbane, Australia, p.155-158, 1997.
- [3] Driscoll, D. E. e Howard, S.D. The detection of Radar Pulse Sequence by Means of a Continuous Wavelet Transform, IEEE Proceedings on International Conference, Acoustics Speech and Signal Processing, v.3, p. 1389-1392, 1999.
- [4] Farge, M. Wavelets transforms and their applications to turbulence. **Annual Review of Fluid Mechanics**, Palo Alto, v.24, p.395-457, 1992.
- [5] Fogel, E. and Gavish, M. Parameter estimation of quasi-periodic sequences. International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, v. 4, p. 2348 - 2351, 1988.
- [6] Mallat, S. **A Wavelet Tour of Signal Processing**, Academic Press, New York, 2.ed., 1998.
- [7] Mardia, H. K. Digital signal processing for radar recognition in dense radar environments. PhD thesis, The University of Leeds, 1987.
- [8] Mardia, H. K. Adaptive multi-dimensional clustering for ESM, IEE Colloquium on "Signal processing for ESM systems", 1988.
- [9] Mardia, H. K. New techniques for the deinterleaving of repetitive sequences, IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), v. 136, p. 149-154, 1989.
- [10] Meyer, Y. **Ondelettes et opérateurs I**, Paris:Hermann, p.215, 1991.
- [11] Milojevic, D. J. and Popovic, B. M. Improved algorithm for the deinterleaving of radar pulses, IEE Proceedings F(Radar and Signal Processing), v.139, p.98-104,1992.
- [12] Orsi, R. J., Moore, J. B., Mahony, R. E. Interleaved pulse train spectrum estimation. Proceedings of The Fourth International Symposium on Signal Processing and its Applications, v. 1, p. 125-128, 1996.
- [13] Staelin, D. H. Fast folding algorithm for detection of periodic pulse trains. Proceedings of the IEEE, v. 57, p. 724, 1969.
- [14] Torrence, C.; Compo, G. P. A Practical Guide to Wavelet Analysis. **Bulletin of the American Meteorological Society**, v.79, p.61-78, 1998.
- [15] Tsui, J. B. Y. Spectral Properties of Radar Time-of-Arrival Periodicities. US Patent 5, 396,250, 1995.
- [16] Whittall, N. J. Signal sorting in ESM systems. IEEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), v.132, p. 226-228, 1985.
- [17] Wiley, R. G. **Electronic Intelligence: The Interception of Radar Signals**. Norwood, Massachusetts: Artech House, 1985.