

Procedimento Matemático para Localização Ótima de Filtros Passivos em Rede de Distribuição Elétrica

Walkíria Nascente Valle¹, Antônio César Baleeiro Alves², Euler Bueno dos Santos²

Escola de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal de Goiás,
74.605-220, Goiânia, GO,
E-mail: walkiriavalle@gmail.com, baleeiro@eee.ufg.br, ebs@eee.ufg.br

1. INTRODUÇÃO

A qualidade da energia elétrica (QEE) está intrinsecamente associada à manutenção da característica senoidal da tensão elétrica, tal como originalmente é gerada nas usinas, e também à garantia de frequência constante [2]. Um dos mais sérios e comuns distúrbios da QEE decorre da presença de distorções na corrente elétrica, que repercutem em distorções da tensão. Essas distorções possuem natureza periódica e, de acordo com a transformada de Fourier, um sinal distorcido é representado como uma série infinita de senos e co-senos, onde cada componente tem frequência múltipla inteira da frequência fundamental. Nessa série, a primeira componente possui frequência designada como fundamental, f , e as demais são múltiplas, $2f, 3f, \dots, nf, \dots$, conhecidas como frequências harmônicas. Tradicionalmente, o controle da tensão elétrica em redes de distribuição de energia elétrica é feito por meio de equipamentos que podem acentuar os efeitos prejudiciais das distorções harmônicas às cargas dos consumidores, e devem ser evitados [2,7]. A alternativa viável para a compensação da potência reativa, com vistas ao controle dos níveis de tensão, consiste na aplicação de filtros harmônicos, que são instalados em paralelo com as cargas e as fontes de distorções. Neste estudo, a rede de energia elétrica é vista como um grafo conexo, onde os arcos correspondem aos circuitos de distribuição e os nós são os pontos de transformação e de derivação de ramais. Em face da necessidade de prover soluções para minimizar os efeitos das distorções harmônicas sobre os consumidores finais da energia elétrica, e também dos próprios equipamentos do sistema de suprimento, é crucial adquirir o domínio de metodologias para orientar a alocação ótima de um dado filtro em um dentre os diferentes pontos de um sistema de distribuição. O método proposto advém da Teoria Inerente da Estrutura [4], que se fundamenta na Teoria da Perturbação de Matrizes. Ele inicia com a decomposição espectral da matriz

admitância nodal da rede (Y), que é simétrica, complexa, e esparsa. O algoritmo exige a determinação dos autovalores e dos autovetores da matriz Y para a obtenção da matriz de sensibilidade. O problema de autovalor requer o emprego de métodos sofisticados, tendo em vista requisitos de precisão dos cálculos e o fato da matriz ser complexa. O algoritmo trabalha com transformação de similaridade e com a diagonalização de uma matriz Hessenberg complexa [6].

2. MODELO DA REDE ELÉTRICA

O modelo matemático de um sistema elétrico para estudos de distúrbios harmônicos consiste em um conjunto de equações algébricas lineares de elementos complexos, que decorre da aplicação das Leis de Kirchooff no domínio da frequência [5,7]. A Figura 1 ilustra, a título de exemplo, um pequeno sistema de distribuição com nove nós e oito arcos. O nó adicional 0 é a referência para os módulos das tensões.

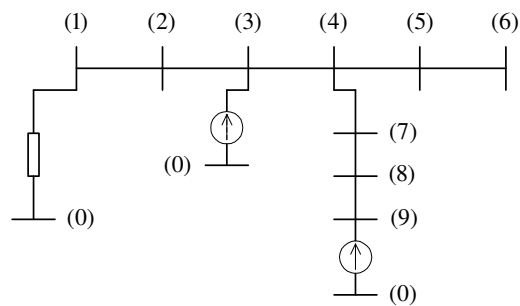


Figura 1: Diagrama de um sistema elétrico de distribuição [8].

Os símbolos que aparecem na Figura 1 são: duas fontes de correntes harmônicas, uma no nó 3, e a outra, no nó 9; entre o nó 1 e o nó 0 encontra-se uma admitância *shunt* (y_i^{sh}); e entre cada par de nós identifica-se um elemento de admitância de ramo, y_{im} , referente ao arco (i, m) .

Para cada nó da rede da Figura 1, escreve-se uma equação cuja forma está indicada em (1).

$$Y_{i1}\hat{E}_1 + Y_{i2}E_2 + \dots + Y_{im}E_m + \dots + Y_{iN}E_N = \hat{I}_i \quad (1)$$

A equação (1) é escrita para $i = 1, 2, \dots, N$ e possui Y_{im} nulo se o nó i não estiver diretamente ligado ao nó

¹Engenheira eletricitista e mestranda do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da UFG.

²Docentes e pesquisadores da Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da UFG (www.mestrado.eee.ufg.br).

m ; e \hat{I}_i é a corrente injetada no nó i . As incógnitas são os fasores \hat{E}_m 's, tais que, $\hat{E}_m = V_m e^{j\theta_m}$, $j = \sqrt{-1}$, sendo V_m a magnitude da tensão (ou módulo) e, θ_m , a fase [5,9].

As N equações simultâneas da forma mostrada em (1) levam ao sistema matricial (2).

$$Y\hat{E} = \hat{I} \quad (2)$$

A matriz de coeficientes, denominada matriz admitância nodal, $Y \in \mathbf{C}^{N \times N}$, varia em conformidade com a ordem n da frequência harmônica. Sua lei de formação é a seguinte [9]:

$$Y_{ii} = \sum_{m \in \Omega_i} y_{im} + y_i^{sh}; \quad Y_{im} = -y_{im}, \quad i \neq m$$

O elemento y_{im} é o parâmetro elétrico associado ao arco (i, m) , e é denominado admitância de ramo; Ω_i é o conjunto dos nós diretamente ligados ao nó i ($i \neq 0$); y_i^{sh} representa a admitância total dos elementos que interligam o i -ésimo nó ao nó 0.

Ressalta-se que o filtro harmônico, que é o objeto da análise nesta pesquisa, é representado por uma admitância do tipo y_i^{sh} e, conforme se pode inferir imediatamente da lei de formação da matriz Y , a sua presença afeta apenas posição da diagonal. Todas as admitâncias aqui mencionadas são números complexos do tipo $y = g + jb$ [9].

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema que se coloca, então, é o seguinte. Dentre os N nós de uma dada rede, deve-se escolher a posição para instalação do filtro de harmônicos que conduza à menor distorção harmônica total de tensão. A distorção harmônica total de tensão, DHT_V , é definida conforme (3) [2].

$$DHT_V = \frac{1}{V_i^1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (V_i^n)^2}, \text{ para cada nó } i \quad (3)$$

V_i^n é a tensão harmônica de ordem n ; e V_i^1 é a tensão à frequência fundamental, ambas no nó i ; ∞ é tomado como um número suficientemente grande.

Uma solução possível do problema tal como formulado, porém, ineficiente, consiste na realização de cálculos exaustivos, conforme estão mostrados através dos passos do algoritmo ingênuo:

Repita Supor filtro no nó k , $k \in \{1, 2, \dots, N\}$;

Para $n = 2, 3, \dots, \infty$

Montar matriz Y^n incluindo o filtro;

Resolver o sistema (2);

Calcular DHT_V usando (3);

Fazer $\text{minimum}_k \leftarrow DHT_V$;

Fim para

Fim repita

A proposta deste trabalho consiste em apresentar, analisar e discutir uma metodologia que responde à questão formulada de maneira eficiente, fundamentada na Teoria da Perturbação de Matrizes. O algoritmo permite determinar *a priori* os nós mais sensíveis da rede, do ponto de vista da qualidade da energia elétrica.

4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A informação da sensibilidade da rede à injeção de correntes harmônicas é obtida procedendo-se à decomposição espectral das matrizes de admitância nodal, as quais são formadas para todas as frequências harmônicas de interesse. Para a finalidade de clareza de exposição, supõe-se que o filtro, cuja localização ótima deve ser decidida, é responsável pela filtragem da frequência harmônica de ordem h [8].

A origem do distúrbio é o vetor de correntes injetadas nos nós de ordem h , \hat{I}^h , e seu efeito é medido pelo vetor de tensões nodais à mesma frequência. Para pequenas perturbações em torno da condição normal, a uma variação da corrente, $\Delta \hat{I}^h$, obtém-se como resposta uma variação da tensão, $\Delta \hat{E}^h$, conforme (4).

$$Y^h \Delta \hat{E}^h = \Delta \hat{I}^h \quad (4)$$

A matriz admitância nodal à frequência de ordem h , Y^h , contém a informação sobre a estrutura global do sistema elétrico sob análise. Contudo, ressalta-se que, na formação dessa matriz, a admitância do filtro não está incluída uma vez que a localização do mesmo é a incógnita do problema.

Supondo-se que Y^h tenha N autovalores distintos, é possível representá-la na forma diagonalizada (5) [3,6].

$$Y^h = P \Lambda P^{-1} \quad (5)$$

P é a matriz de transição constituída dos P_i 's autovetores independentes (*i.e.*, colunas de P), com $i = 1, 2, \dots, N$, sendo $P_i = (p_{1i}, p_{2i}, \dots, p_{Ni})^T$; e $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$, sendo λ 's os autovalores.

A diagonalização expressa em (5) permite escrever a matriz admitância na forma de somatório indicado em (6), para a frequência harmônica h .

$$Y^h = \sum_{i=1}^N P_i \lambda_i Q_i^T \quad (6)$$

Na expressão (6), Q_i é o autovetor recíproco de P_i , obtido ao resolver os N sistemas lineares que resultam da relação (7), lembrando que esses entes são complexos.

$$Q P^T = I \quad (7)$$

I é a matriz identidade $N \times N$.

Os autovetores recíprocos são calculados a partir de P_i ,

com $i=1,2,\dots,N$, observando-se a propriedade indicada a seguir:

$$\begin{aligned} Q_m^T P_i &= P_i^T Q_m = 1, \text{ se } i = m, \\ Q_m^T P_i &= P_i^T Q_m = 0, \text{ se } i \neq m. \end{aligned}$$

A natureza da matriz Y^h não oferece muitas facilidades ao desenvolvimento que se segue a partir da decomposição espectral. Tal matriz não é hermitiana (*i.e.*, $Y^{h*} \neq Y^h$, onde Y^{h*} é a notação para matriz transposta conjugada, \bar{Y}^{hT}), não é normal (*i.e.*, $Y^{h*} Y^h \neq Y^h Y^{h*}$), e a matriz de transição, P , em geral, não é unitária. Contudo, ainda se pode assegurar que os autovetores P_i 's (e também os recíprocos) têm norma unitária, isto é, $\bar{P}_i^T P_i = 1$ para $i=1,2,\dots,N$, sendo \bar{P}_i o conjugado de P_i [3,6]. Diante disso, é razoável supor a decomposição expressa na igualdade (5).

Reportando-se à relação (4), a resposta $\Delta \hat{E}^h$ à variação de injeção de corrente pode então ser expressa na forma indicada em (8), dado que a inversa da matriz admitância nodal é a matriz impedância nodal, $Z^h = (Y^h)^{-1} = P \Lambda^{-1} P^{-1}$.

$$\Delta \hat{E}^h = \sum_{i=1}^N P_i \frac{1}{\lambda_i} Q_i^T \Delta \hat{I}^h \quad (8)$$

Define-se o fator de acoplamento escalar, β_i , o número complexo que resulta da operação $\frac{1}{\lambda_i} Q_i^T \Delta \hat{I}^h$ [1,4]. Isto permite reescrever a resposta ao distúrbio harmônico como uma combinação linear dos autovetores P_i 's da matriz Y^h .

$$\Delta \hat{E}^h = \sum_{i=1}^N \beta_i P_i \quad (9)$$

A expressão (9) descreve as variações das tensões nodais a uma dada frequência de ordem h . Em face dos autovalores serem distintos, é razoável concluir que dentre os fatores β_i 's existe um de maior módulo; seja τ o índice desse fator $\{\tau: |\beta_\tau| = \max_{1 \leq i \leq N} (|\beta_i|)\}$. Duas hipóteses são

passíveis de análise. Primeiro, a matriz Y^h é tal, que os autovalores, embora distintos, seus módulos não são significativamente discrepantes, ou seja, a contribuição dos autovalores para a definição do valor de $|\beta_\tau|$ é discreta. Portanto, a seleção *a priori* do nó mais sensível (*i.e.*, o nó fraco) com base tão somente no autovalor de menor módulo é impraticável neste caso. A outra hipótese refere-se à situação em que os autovalores mínimo e máximo, em módulo, são notavelmente diferentes. Pode-se então associar o índice do autovalor mínimo ao

número do nó mais sensível. É interessante notar que, ao estudar a sensibilidade dos nós de um sistema elétrico a distúrbios, o sucesso de uma ou de outra regra que seja inspirada nas hipóteses analisadas dependerá do número de condição da matriz, $\kappa_2(Y^h)$, que é definido pela razão entre os módulos do autovalor máximo e do autovalor mínimo (norma Euclidiana) [3,6].

Concentrando-se ainda na expressão (9), o fator escalar será máximo quando o vetor de perturbações de corrente estiver alinhado com o autovetor correspondente ao autovalor de menor módulo [4]. Mediante essas considerações, a aproximação $\beta_\tau P_\tau$ para o cálculo da

resposta $\Delta \hat{E}^h$ é às vezes admissível para o harmônico h .

Entretanto, a análise proposta deve, no caso geral, fundamentar-se na obtenção do fator escalar de maior módulo, combinada com o cálculo de matrizes definidas a partir dos autovetores de Y^h e os respectivos autovetores recíprocos. Portanto, definem-se matrizes de sensibilidade, S_i^h , para $i=1,2,\dots,N$, como o produto $Q_i P_i^T$. Isto possibilita escrever a equação (8) em função das matrizes de sensibilidade, como indicado em (10).

$$\Delta \hat{E}^h = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i} (S_i^h)^T \Delta \hat{I}^h \quad (10)$$

A matriz de sensibilidade, que corresponde especificamente ao índice τ do fator de escala de maior módulo, S_τ^h , é igual a $Q_\tau P_\tau^T$ [4]. Os elementos da diagonal dessa matriz trazem informações preciosas sobre o ponto de localização de elementos *shunts* no sistema elétrico (ou seja, elementos em derivação). Este é precisamente o caso da determinação do nó de localização de um ou mais filtros no sistema de distribuição. Isto é demonstrado na seção seguinte.

5. MATRIZ DE SENSIBILIDADE

A Teoria Inerente da Estrutura foi proposta por M. A. Laughton, na década de 60, e desde então tem sido aplicada na solução de diversos problemas da engenharia, dentre os quais se pode citar, estabilidade de sistemas de potência e localização de capacitores. No caso específico da aplicação que é o objeto deste artigo, a informação sobre a rede elétrica está contida integralmente na matriz admitância nodal, que é formada para a frequência de interesse. Segue naturalmente a proposição que é demonstrada em seguida.

Proposição: Para uma perturbação no elemento da posição diagonal (k,k) da matriz admitância nodal,

Y^h , a τ -ésima matriz de sensibilidade, $S_\tau^h = Q_\tau P_\tau^T$ tem o elemento da diagonal $S_{\tau,kk}^h$ igual à

$$\text{derivada } \frac{\partial \lambda_\tau}{\partial Y_{kk}}.$$

Prova: A decomposição espectral da matriz Y^h permite escrever o sistema (11) a seguir, em função do autovetor recíproco.

$$Q_\tau^T (Y^h - \lambda_\tau I) = 0 \quad (11)$$

Uma pequena perturbação ΔY^h na matriz Y^h reflete em mudanças de λ_τ e de Q_τ^T .

$$(Q_\tau^T + \Delta Q_\tau^T)(Y^h + \Delta Y^h) = (\lambda_\tau + \Delta \lambda_\tau)(Q_\tau^T + \Delta Q_\tau^T)$$

Desenvolvendo a equação precedente e desprezando os termos de segunda ordem, obtém-se:

$$Q_\tau^T \Delta Y^h + \Delta Q_\tau^T (Y^h - \lambda_\tau I) \cong \Delta \lambda_\tau Q_\tau^T \quad (12)$$

Pós-multiplicando a expressão (12) pelo autovetor P_τ , obtém-se a expressão (13).

$$Q_\tau^T \Delta Y^h P_\tau \cong \Delta \lambda_\tau Q_\tau^T P_\tau \quad (13)$$

O produto $Q_\tau^T P_\tau$ é igual a 1, portanto, tem-se a variação do τ -ésimo autovalor explicitada em termos da variação sofrida pela matriz Y^h .

$$\Delta \lambda_\tau \cong Q_\tau^T \Delta Y^h P_\tau \quad (14)$$

A matriz de variação da admitância nodal, para a perturbação numa específica posição (k, k) , é uma matriz quadrada $N \times N$ com elementos nulos, exceto o elemento ΔY_{kk} (por exemplo, poderia ser a admitância *shunt* do filtro, conforme mencionada na seção 2). Esta matriz é representada usando o *singleton* $e_k^T = [0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0]$, assim:

$$\Delta Y^h = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \Delta Y_{kk} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = e_k \Delta Y_{kk} e_k^T$$

Da equação (14) e da representação da matriz ΔY^h , no limite, isto é, para perturbações infinitesimais de admitância, resulta a expressão para $\frac{\partial \lambda_\tau}{\partial Y_{kk}}$ como mostrada em (15).

$$\frac{\partial \lambda_\tau}{\partial Y_{kk}} = q_{k\tau} p_{k\tau} \quad (15)$$

Para concluir a demonstração, basta partir da definição da matriz de sensibilidade, $S_\tau^h = Q_\tau P_\tau^T$, e verificar que o elemento da posição (k, k) desta matriz é precisamente o produto $q_{k\tau} p_{k\tau}$.

Os aspectos essenciais da Teoria Inerente da Estrutura (TIE) necessários à aplicação proposta neste trabalho ficam dessa forma estabelecidos. A próxima seção define os passos principais do algoritmo proposto, que foi inspirado em [4].

6. ALGORITMO

A inicialização do algoritmo consiste em ler os dados do sistema elétrico e definir o filtro harmônico para a ordem h , com suas características físicas pré-especificadas, ressaltando-se que a admitância do filtro não é um dado requerido pelo algoritmo. Faz-se necessária então conhecer *a priori* a frequência harmônica que o mesmo irá filtrar.

1º passo: Montar a matriz de admitância nodal para o harmônico de ordem h , designada por Y^h , e o vetor de fontes de correntes injetadas nos nós para a frequência harmônica de ordem h , designado por \hat{I}^h .

2º passo: Calcular os autovalores e autovetores da matriz admitância nodal, conforme definidos em (5).

Neste passo são obtidos os seguintes: os autovalores λ_i 's, $i=1, 2, \dots, N$; e os autovetores P_i 's, $i=1, 2, \dots, N$. Os autovetores calculados neste passo possuem em geral componentes complexas. Eles definem uma matriz P , consistindo de suas colunas, conforme mostra a expressão (16).

$$P = [P_1 \mid P_2 \mid \dots \mid P_i \mid \dots \mid P_N] \quad (16)$$

3º passo: Determinar os autovetores recíprocos, designados como Q_i , definidos conforme as expressões (7) e (17).

$$Q^T = P^{-1} = [Q_1^T \mid Q_2^T \mid \dots \mid Q_i^T \mid \dots \mid Q_N^T] \quad (17)$$

Neste passo, a determinação dos autovetores recíprocos implica resolver N sistemas lineares algébricos de termos independentes esparsos, conforme mostra a expressão (18), sendo P a matriz de transição obtida no passo 2.

$$P^T Q_i = e_i, \quad \text{para } i=1, 2, \dots, N \quad (18)$$

Para calcular os autovetores recíprocos, deve-se resolver N sistemas lineares da forma mostrada em (19).

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1i} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2i} & \dots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{i1} & p_{i2} & \dots & p_{ii} & \dots & p_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{Ni} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{1i} \\ q_{2i} \\ \vdots \\ q_{ii} \\ \vdots \\ q_{Ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow i \quad (19)$$

4º passo: Calcular os fatores escalares β_i 's, para $i=1, 2, \dots, N$, definidos pela equação (20), utilizando-se o vetor de fontes de correntes, os autovalores e os autovetores recíprocos, obtidos nos passos 2 e 3.

$$\beta_i = \left(\frac{1}{\lambda_i} \right) Q_i^T \hat{I}^h, \quad \text{para } i=1, 2, \dots, N \quad (20)$$

5º passo: Determinar o fator escalar de maior módulo.

$$|\beta_\tau| = \max_{1 \leq i \leq N} (|\beta_i|) \quad (21)$$

Obtém-se, assim, o índice τ , que será útil a seguir.

6º passo: Calcular os N elementos da diagonal da matriz de sensibilidade, S_τ^h , conforme estabelece (22).

$$S_\tau^h = Q_\tau P_\tau^T \quad (22)$$

O cálculo dos termos da diagonal de S_τ^h pode ser efetuado de maneira eficiente, obtendo-se os termos estritamente necessários, como se mostra a seguir.

$$S_{\tau,kk}^h = q_{\tau k} p_{\tau k}, \text{ para } k = 1, 2, \dots, N$$

Onde, $S_{\tau,kk}^h$ é o elemento da diagonal da matriz S_τ^h na posição (k,k) ; $q_{\tau k}$ é a componente k do autovetor recíproco Q_τ ; e $p_{\tau k}$ é a componente k do autovetor P_τ .

7º passo: Ordenar os elementos da diagonal de S_τ^h na ordem decrescente de seus módulos.

8º passo: Formar a lista ordenada dos nós da rede, Ψ^h , de acordo com a ordem obtida no passo 7.

O primeiro elemento desta lista corresponde ao número do nó do sistema elétrico de maior sensibilidade da tensão nodal harmônica para localização do filtro. Ou seja, é o nó que melhor responde a distúrbios da qualidade de energia elétrica e, portanto, é o que merece maior atenção quanto à filtragem de harmônicos.

Um ponto fundamental a ser considerado no emprego do algoritmo TIE refere-se à eficiência da implementação computacional do passo 2. O problema de autovalor é, em geral, mais exigente do que a solução de sistemas de equações lineares, especialmente quando se trata de matrizes em $\mathbf{C}^{N \times N}$. A próxima seção trata da implementação.

7. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Dois ambientes de programação foram utilizados neste trabalho: Fortran e MATLAB[®]. Em Fortran, a decomposição espectral de Y^h é realizada obtendo primeiro a forma Hessenberg superior complexa, onde se utilizam transformações de Householder. Com a matriz Hessenberg são calculadas transformações de similaridade. A etapa final da decomposição de Y^h consiste da diagonalização da matriz Hessenberg, usando-se sucessivas rotações complexas de Givens [3,6]. Em MATLAB[®], a decomposição de Y^h (passo 2 do algoritmo) é realizada pela função `eig()`.

As soluções dos sistemas de equações lineares algébricas complexas do passo 3 são efetuadas utilizando a fatoração LU. Infelizmente, a matriz P não possui a esparsidade que é inerente à matriz admitância nodal, sendo esta uma severa desvantagem deste método para aplicações em redes elétricas de grande porte.

Outro aspecto relevante na implementação deste método é que, antes de proceder a aplicação do algoritmo, o sistema elétrico tem que ser solucionado para a frequência fundamental (cálculo do fluxo de potência), para a determinação de tensões nos nós [9]. Contudo, esta etapa é comum a

todas as metodologias de análise de harmônicos em redes elétricas.

8. TESTES E RESULTADOS

O primeiro teste visa comprovar a habilidade da matriz de sensibilidade em prever qual nó é mais sensível, em contraste com o procedimento simplificado que se baseia apenas no autovalor de menor módulo. Para tal, considere-se as redes hipotéticas ilustradas na Figura 2.

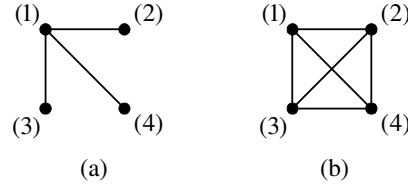


Figura 2: Redes elétricas hipotéticas de quatro nós.

Os dados de admitâncias dos arcos das redes da Figura 2 estão informados na Tabela 1.

Arcos	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,3)	(2,4)	(3,4)
Rede (a)	$1+j2$	$1+j$	$1+j$	0	0	0
Rede (b)	$1+j$	$1+j$	$1+j$	$1+j$	$1+j$	$1+j$

Tabela 1: Admitâncias das redes da Figura 2.

Para ambas as redes, o vetor de correntes, \hat{I}^h , é tomado igual a $[1+j0 \ 1+j0 \ 1+j0]^T$. A linha e a coluna referentes ao nó 4 não constam da matriz admitância nodal. Os resultados estão na Tabela 2.

	Autovalores			Fator β e índice τ	
	$ \lambda_1 $	$ \lambda_2 $	$ \lambda_3 $	máximo $ \beta_\tau $	τ
Rede (a)	6,35	0,35	1,41	4,90	2
Rede (b)	5,66	1,41	5,66	1,22	2

Tabela 2: Indicadores obtidos para as redes da Figura 2.

Baseando-se nos indicadores da Tabela 2 e orientando-se apenas pelo autovalor de menor módulo, o nó 2 seria apontado como o mais sensível para as duas redes.

Entretanto, a análise completa requer o cálculo dos elementos da diagonal da matriz de sensibilidade, conforme estabelecido no algoritmo. A Tabela 3 mostra, para as mesmas condições dos indicadores apresentados na Tabela 2, os elementos em módulo da matriz S_2^h ($\tau = 2$ está indicado na Tabela 2).

Note-se da Tabela 3 que os elementos da matriz de sensibilidade para a rede da Figura 2(a) informam que o nó mais sensível é o nó de número 2. Enquanto que, conforme esperado, a rede da Figura 2(b) possui nós igualmente sensíveis.

	$ S_{2,11}^h $	$ S_{2,22}^h $	$ S_{2,33}^h $	Nó mais sensível
Rede (a)	0,21	0,59	0,23	2
Rede (b)	0,33	0,33	0,33	iguais

Tabela 3: Elementos da matriz de sensibilidade.

Este estudo mostra que a análise conduzida apenas pela verificação do autovalor de menor módulo não garante a determinação do nó mais sensível. A susceptibilidade da rede a distúrbios e a indicação do nó mais sensível são traduzidas corretamente pela matriz de sensibilidade. A consideração do fator β na tomada de decisão é importante porque contempla também a característica da fonte.

O segundo teste utiliza o sistema de nove nós ilustrado na Figura 1. O objetivo deste teste é mostrar a eficácia do algoritmo apresentado na seção 6 para determinar os nós mais sensíveis do ponto de vista de distúrbios da QEE. Os dados deste sistema são encontrados na referência [8].

Dentre os autovalores da matriz admitância nodal para a frequência harmônica de ordem 5, o de menor módulo é o correspondente ao nó de número 6, $|\lambda_6| \cong 0,06265$. O fator β de maior módulo tem seu índice correspondente a este autovalor.

Os elementos da diagonal da matriz de sensibilidade S_6^5 , em módulo, $|S_{6,kk}^5|$, para $k=1, 2, \dots, 9$, são, respectivamente, 0,0113; 0,1052; 0,1147; 0,1232; 0,1262; 0,1283; 0,1276; 0,1306 e 0,1330. Dessa forma, obtém-se a lista de nós em ordem decrescente da sensibilidade:

$$\Psi^5 = (9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1)$$

Para validar a metodologia, o sistema de distribuição de energia elétrica da Figura 1, com os dados fornecidos na referência [8], foi simulado utilizando o *software* comercial PQF 7.0 [10], específico para análise de harmônicos. Os resultados estão mostrados na Figura 3.

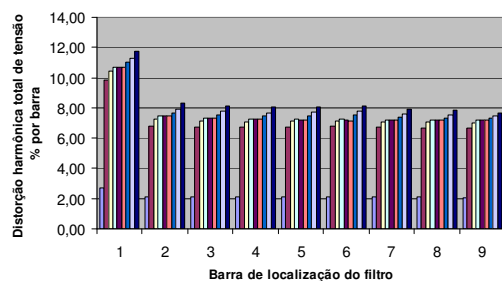


Figura 3: Distorções harmônicas totais de tensão em função do nó de instalação do filtro.

Nesta simulação, a localização do filtro harmônico

foi testada uma a uma para as nove posições possíveis. Para cada nó que recebe o filtro, há um conjunto de nove DHT_V 's. Na Figura 3 é possível visualizar que, quando o filtro é instalado no nó 9, as distorções harmônicas totais de tensão são inferiores às distorções apresentadas para as outras posições do filtro.

9. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou a abordagem do problema de tomada de decisão, quanto ao nó ideal de localização de um dado filtro harmônico passivo em uma rede de distribuição de energia elétrica. A inserção do filtro é vista aqui como uma perturbação na estrutura inerente da rede elétrica, que é representada pela matriz admitância nodal. O método baseia-se na decomposição espectral dessa matriz e utiliza o elemento diagonal de maior módulo da matriz de sensibilidade para definir o nó de instalação do filtro de frequência especificada h .

O método proposto mostra-se eficaz para orientar o projetista em relação à localização ótima de um filtro. Os testes realizados comprovam a eficácia do algoritmo, que é também confirmada através de simulações computacionais feitas utilizando *software* dedicado.

Este método é promissor para aplicação em outros estudos de redes elétricas. As pesquisas prosseguem com o objetivo de melhorar a eficiência das implementações. A pesquisa consiste, também, da análise de viabilidade de emprego da metodologia na decisão de instalação de múltiplos equipamentos numa dada rede.

REFERÊNCIAS

- [1] Andrzej Bachry, "Power Quality Studies in Distributions Systems Involving Spectral Decomposition", *Doctoral Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg*. 2004.
- [2] Barry Kennedy, "Power Quality Primer", McGraw-Hill. 2000.
- [3] David S. Watkins, "Fundamentals of Matrix Computations", John Wiley & Sons. 1991.
- [4] G. Carpinelli, A. Russo, M. Russo, P. Verde. Inherent Structure Theory of Networks and Power System Harmonics. *IEE Proc. Gener., Transm. Distrib.*, 145,2, (1998) 123-132.
- [5] Jos Arrilaga, B.C. Smith, N. Watson and A.R. Wood. "Power System Harmonic Analysis", John Wiley & Sons, Chichester, 1997.
- [6] Joseph H. Wilkinson, "The Algebraic Eigenvalue Problem", Oxford, 1965.
- [7] J. J. Burke. "Power Distribution Engineering: Fundamentals and Applications", M. Dekker, 1997.
- [8] J. R. M. Júnior e J.W. Resende. Alocação Ótima de Filtros, Capacitores e Cargas no Contexto da Qualidade da Energia Elétrica. XVI SNPTEE, (2001).
- [9] O. I. Elgerd, "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica", McGraw-Hill Brasil. 1977.
- [10] Programa PQF 7.0. *Website* www.qualityes.com.br. Acesso em 2005.