

# Modelo Matemático de Extração de Óleo Vegetal em Leito Fixo e sua Verificação

Eliane Miotto Kamphorst  
Gilmar Veloso

UNIJUÍ – UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA  
C. P. 560, CEP 98.700-000, IJUÍ – RS – BRASIL  
anne@tcheturbo.com.br  
gilmar.veloso@unijui.tche.br

## INTRODUÇÃO

Os extratores na indústria de extração de óleo vegetal são de grande porte, porém a Modelagem Matemática esta pouco presente, entretanto a mesma seria viável para projetar novos equipamentos e, melhorar o regime operacional da máquina. Para determinar as características dos extratores, a modelagem matemática praticamente não é usada. Alguns modelos matemáticos bidimensionais e aplicativos de extração de óleo de soja por solvente em extratores industriais (De Smet, Rotocell) já foram desenvolvidos [3, 4, 5]. Estes modelos são baseados nos fenômenos que ocorrem no processo e em características da matéria-prima e do solvente e, simulam o regime transiente de funcionamento dos mesmos. Habitualmente, a indústria usa dados e gráficos baseados em levantamentos empíricos [1, 7] que condiciona gastos consideráveis para projeção, melhoramento e serviço destas instalações. Por isso, a modelagem matemática torna-se necessária para projetar os extratores com maior confiança e determinar os regimes ótimos de funcionamento. Para tornar os modelos desenvolvidos mais confiáveis e mais próximos do processo real, torna-se necessário produzir novos dados, principalmente em relação as características da matéria-prima. Com este fim, o presente trabalho tem por objetivo desenvolver um modelo matemático unidimensional e aplicativo para extração do óleo vegetal em leito fixo e, realizar a verificação do mesmo através de simulações numéricas. Também desenvolve um estudo da influência da área de contato entre as fases poro e bulk ( $a_p$ ).

## DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS DE EXTRAÇÃO EM LEITO FIXO

A Figura 1 mostra um leito fixo [2] como uma coluna vertical, onde a matéria-prima (que contém duas fases: fase poro e sólida) fica depositada, na qual o solvente puro entra no topo. Por percolação

retira o soluto das partículas da matéria-prima devido à diferença de concentração entre as fases poro e sólida. A mistura enriquecida (micela) sai na parte inferior. Durante a extração ocorre à difusão de óleo, oposta ao deslocamento da micela, dentro da fase bulk.

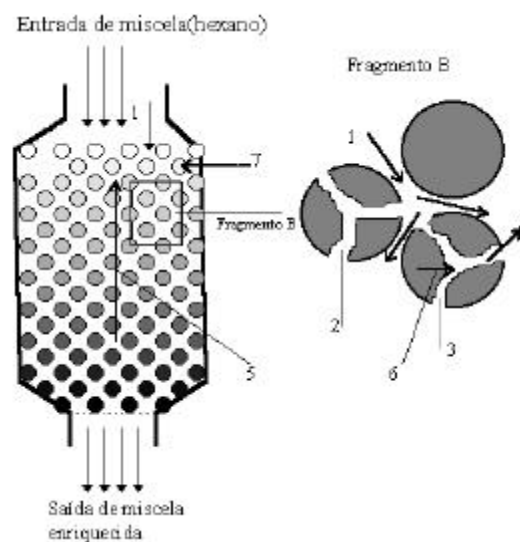


Figura 1: Esquema dos processos em Leito Fixo  
1 - Micela (fase “bulk”); 2; 4 - Fragmento da micela e difusão do óleo da fase poro; 3 - Fase poro; 5 - Difusão do óleo pela fase bulk; 6 - Fase sólida da matéria prima e passagem do óleo à fase poro; 7 - Partícula da matéria prima.

O esquema físico considera os seguintes fenômenos:

- considera-se o regime transiente do funcionamento;
- considera-se a transferência de óleo da fase poro para fase “bulk” devido à diferença de concentração entre elas;
- a difusão, na direção oposta ao fluxo da micela;
- a transferência de óleo entre a fase sólida e poro;

O modelo assume as seguintes hipóteses:  
- o óleo é considerado um componente simples;

- as paredes celulares foram totalmente rompidas;
- a matéria-prima tem macro-poros onde está o óleo;
- não existem gradientes de concentrações radiais na fase bulk;
- as porosidades ( $\epsilon_p$  - porosidade interna da matéria-prima;  $\epsilon_b$  - porosidade da matéria-prima, espaços ocupados pela fase bulk) da partícula são constantes e uniformes;
- a temperatura é constante e uniforme (no processo de extração não é gerado calor);
- as fases poro e sólido estão em equilíbrio pela constante  $E_d$ .
- a área de contato entre a fase poro e fase bulk  $a_p$ , em unidade de volume da matéria-prima, é constante;

O modelo matemático é formado por duas equações diferenciais que determinam a alteração das concentrações volumétricas de óleo nas fases poro e bulk em todo o campo de extração. É formado pelas seguintes equações:

Equação de transferência de óleo da fase poro para a fase bulk:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -V_m \frac{\partial C}{\partial z} + D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{(1-\epsilon_b)}{\epsilon_b} k_f a_p (C^p - C) \quad (1)$$

Equação de transferência de óleo da fase sólida para a fase poro:

$$\frac{\partial C^p}{\partial \tau} = - \left[ \frac{k_f a_p (C^p - C)}{\epsilon_p + (1-\epsilon_p) E_d^v} \right] \quad (2)$$

sujeitas a:

$$C = C_0 \text{ e } C^p = C_0^p \text{ em } t = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \text{ em } z = L \text{ e } t > 0$$

onde  $C$  e  $C^p$  são as concentrações volumétricas de óleo nas fases bulk e poro, respectivamente,  $L$  é o comprimento do leito [m],  $z$  é a coordenada vertical [m],  $t$  é o tempo [s],  $V_m$  é a velocidade vertical da micela [m/s],  $D$  é o coeficiente de difusão [ $m^2/s$ ],  $a_p$  é a superfície de contato entre as fases poro e bulk [ $m^{-1}$ ],  $\epsilon_b$  e  $\epsilon_p$  são as porosidades da fase bulk e poro, respectivamente,  $k_f$  é o coeficiente de transferência de massa convectivo [ $m/s$ ],  $E_d^v$  é a constante de equilíbrio entre as fases poro e sólida.

O campo de extração é definido como sendo como uma coluna de altura  $L_s$ , na direção vertical,

onde é dividido uniformemente em elementos ( $i$ ) com  $i = 1 \dots n$ , onde  $D_z$  que é determinado por  $D_z = L_s/n$ , como mostra a Figura 2. Calcula-se os valores das concentrações poro  $C^p$  e bulk  $C$  para cada elemento do leito.

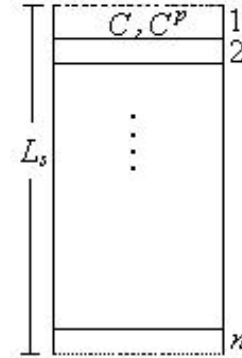


Figura 2: Esquema da divisão do campo de extração numérico

O algoritmo de resolução utiliza o método de linhas [6] que transforma as equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias que são resolvidas pelo método de Runge-Kutta.

As simulações numéricas realizadas para a verificação do modelo foram desenvolvidas com alguns dados experimentais coletados e, alguns dados encontrados na bibliografia [2]. Foi considerado  $n = 30$  (número de camadas do leito).

Para iniciar o processo, considera-se que o hexano já preencheu todo o espaço entre as partículas de matéria-prima. Na Figura 3 é apresentada a variação de  $C$  em relação ao tempo relativo ( $t$ ), em três camadas transversais do leito. Observa-se que em cada camada a concentração de  $C$  possui um máximo.

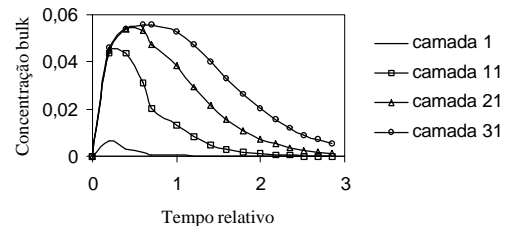


Figura 3 - Alteração da concentração do óleo  $C$  em micela em várias camadas do leito em função do tempo relativo

No início do processo a concentração  $C$  do óleo no micela é muito pequena, e o óleo com alguma

velocidade, sob ação da diferença das concentrações  $\Delta C = C^p - C_o$ , começa migrar para a fase “bulk” aumentando  $C$  nesta fase. Depois de algum tempo, a diferença  $DC$  diminui por dois motivos: o aumento de  $C$  na micela e a diminuição de  $C^p$ . Quando  $DC$  tende a zero obtemos o máximo valor para  $C$  em cada seção. Nos instantes seguintes, a concentração  $C$  decrescerá continuamente, motivada pelo próprio decréscimo de  $C^p$  que acontecerá até o final da extração. Ela obviamente será mais longa na última camada do leito. Observamos que quanto mais alta a camada mais rápida a queda de concentração e quanto mais baixa a camada maior a zona de máximo. Na saída do leito (última camada), tem-se um “patamar” de concentração  $C$ .

Na Figura 4, é apresentada a alteração da concentração do óleo na fase poro  $C^p$ , em função de tempo relativo, para várias camadas do leito.

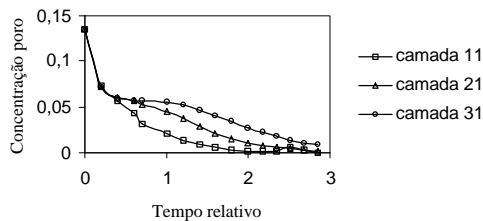


Figura 4 - Alteração da concentração do  $C^p$  em várias camadas do leito em função do tempo relativo

No instante inicial, as concentrações  $C^p$  (em todas as camadas) diminuem rapidamente, até o momento que a concentração  $C$  alcançou a concentração máxima (“patamar”). Nesse momento as concentrações das várias camadas do leito formam um “platô” que só decrescerá quando começa o esgotamento final da fase poro.

A influência da área de contato está mostrada na Figura 5. É através da área de contato que as fases poro e bulk entram em contato. Os resultados mostram que para uma área de contato maior, há uma maior extração mantendo outras variáveis constantes. Percebe-se pela Figura 5 que a concentração na fase bulk inicialmente cresce e, a partir de algum instante, decresce para todos os valores de  $a_p$ ; porém para valores maiores de  $a_p$  constata-se um crescimento e um decréscimo mais acelerado do que para valores de  $a_p$  mais baixos. Os resultados são semelhantes para a fase poro. Nesta, a concentração de óleo decresce para

todos os valores de  $a_p$ , sendo que este decréscimo é mais brusco para os primeiros instantes e mais suave em seguida. Percebe-se, também, que o decréscimo é mais lento para valores de  $a_p$  menores, como mostra a Figura 6.

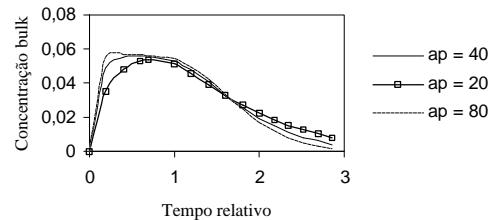


Figura 5: Concentração na fase bulk função do tempo para vários valores de  $a_p$ .

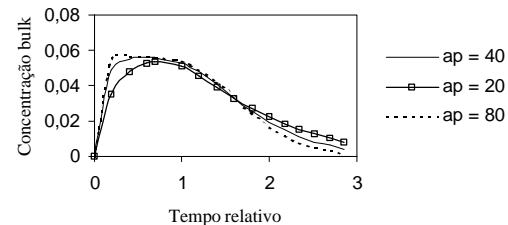


Figura 6: Concentração na fase Poro em função do tempo para vários valores de  $a_p$ .

Os resultados das pesquisas numéricas desenvolvidas estão em concordância com os fenômenos físicos envolvidos no processo.

## Referências

- [1] D. F. Othmer, J. C. Agarwal, Extraction of Soybeans. Chemical Engineering Progress, vol. 51, n. 8, p. 372-378, 1955.
- [2] G.C. Majumdar, A.N. Samanta, S.P. Sengupta, Modelling Solvent Extraction of Vegetable Oil in a Packed Bed, The Journal Of The American Oil Chemists' Society - JAOCS, vol. 7, pp. 971-979, 1995.
- [3] G. C. Thomas, V. Krioukov, "Simulação numérica da transferência de óleo entre fluxos contra-corrente cruzado em extrator "Rotocell"". ENCIT 2000, 8<sup>TH</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Porto Alegre, RS, Brasil, 2000.

[4] G. O. Veloso, V. G. Krioukov, H. A. Vielmo, Mathematical modeling of vegetable oil extraction in a counter-current crossed flow horizontal extractor. *Journal of Food Engineering*, Vol. 66, p477-486, 2005.

[5] G. O. Veloso, "Modelagem física e matemática dos processos de extração de óleo de soja em fluxos contracorrentes cruzados", Tese de Doutorado. UFRGS, Porto Alegre-RS, Brasil, 2003.

[6] J.D. Lambert, "Numerical Methods for Ordinary Differential Systems – the Initial Value Problem", John Wiley, New York, 1993.

[7] M. R. Wingard, W. C. Shand, The Determination of the Rate of Extraction of Crude Lipids from Oilseeds with Solvents, *JAOCS*, Champaign, pp.422-426, 1949.