

# Modelos de Fluxo em Redes para o Problema de Escala de Motoristas de Ônibus Urbano

**Gustavo P. Silva, Aloísio de C. Gomes,  
Marcone J. F. Souza**

Depto de Computação, ICEB, UFOP,  
35400-000, Ouro Preto, MG

E-mail: gustavo@iceb.ufop.br, algomesjr2004@yahoo.com.br,  
marcone@iceb.ufop.br

## 1. Introdução

O Problema de Geração da Escala de Motoristas e Cobradores de Ônibus Urbanos é denominado na literatura como Problema de Programação de Tripulações (PPT) de um Sistema de Transporte Público. Ele consiste em determinar o número mínimo necessário de tripulações (motorista e cobrador), tal que a programação dos veículos seja realizada com sucesso. A solução deste problema também envolve o seqüenciamento das atividades de cada tripulação, gerando um conjunto de jornadas de trabalho cujo custo operacional total seja mínimo. Este problema apresenta grande complexidade devido à sua magnitude, às restrições operacionais vigentes nas empresas e nas cláusulas trabalhistas contidas nos acordos coletivos da categoria.

Esse problema tem sido muito estudado e a abordagem mais empregada é aquela que formula o PPT como um problema de recobrimento ou de particionamento (*set covering* ou *set partitioning model*) e utiliza a técnica de geração de colunas, *branch-and-bound*, *branch-and-price* e a relaxação lagrangeana para encontrar uma solução inteira (Smith e Wren [11], Desrochers e Soumis [5], Desrochers *et al.* [6], Fores *et al.* [8], Barnhart *et al.* [2], Friberg e Haase [9]).

Diferentemente dos modelos de programação linear, os algoritmos de fluxo em redes são capazes de resolver problemas de grandes dimensões produzindo soluções que já são inteiras. Assim, os modelos de fluxo em redes também se tornam ferramentas importantes na resolução do PPT. Entre os trabalhos iniciais pode-se destacar Ball *et al.* [3] que utiliza o modelo de emparelhamento para resolver tanto o problema da programação dos veículos quanto de suas tripulações. Carraresi e Galo [4], realizam uma revisão bibliográfica mostrando as diferentes utilizações dos modelos de fluxo em redes na resolução de diversos problemas de otimização que surgem na operação de sistemas de transporte público. Nesse trabalho os autores tratam do problema de programação dos veículos, programação da tripulação e do rodízio da tripulação utilizando as seguintes ferramentas: a) modelos clássicos de fluxo em rede; b) modelos de conjuntos particionados; c) modelos agregados; d) modelos de emparelhamento e e) técnicas de relaxação lagrangeana.

Siqueira [10] apresenta uma abordagem para a resolução do PPT que utiliza o modelo do problema de emparelhamento de peso máximo. Esta abordagem divide o problema em quatro fases. A primeira fase consiste em dividir as escalas de longa duração em várias escalas de curta duração, realizada através de princípios de programação dinâmica. O resultado da primeira fase são escalas de menor duração, a partir das quais são geradas três tabelas: uma tabela contendo escalas para os dias úteis, outra para os sábados e outra para os domingos. A segunda fase consiste em pegar as escalas geradas na primeira fase e combiná-las para formar a jornada diária de cada tripulação. Essa combinação é realizada aplicando o algoritmo de emparelhamento. O resultado desta fase são as jornadas de trabalho a serem executadas nos dias úteis, sábados e domingos/feriados pelas tripulações da empresa. A terceira fase consiste em combinar as jornadas de finais de semana com as jornadas de dias úteis. Para esta fase foi utilizado o emparelhamento de peso máximo em um grafo bipartido, onde de um lado têm-se as jornadas de dias úteis e do outro as jornadas de finais de semana. Como resultado desta fase tem-se a jornada semanal de cada tripulação. A quarta e última fase consiste em designar as jornadas semanais aos funcionários, respeitando os horários em vigor, bem como o tempo livre de cada funcionário. Novamente o algoritmo de emparelhamento de peso máximo em um grafo bipartido foi utilizado, tendo de um lado as jornadas semanais e do outro lado os funcionários. Os arcos representavam possibilidades de alocação das tripulações às jornadas, e os pesos correspondem às suas respectivas preferências. O resultado desta fase consiste na escala semanal de trabalho das tripulações da empresa.

Este artigo apresenta uma abordagem para o PPT baseada no trabalho de Siqueira [10]. Entretanto com aplicações sucessivas do modelo de emparelhamento na construção das jornadas diárias. São exploradas duas estratégias que tiram proveito da estrutura do problema real para conduzir as soluções a assumirem características interessantes do ponto de vista prático. O trabalho está dividido como segue: na seção seguinte é realizada uma descrição do problema estudado. Na seção três é apresentado o modelo de emparelhamento e na seção quatro é descrita a metodologia proposta com suas duas abordagens. A seção cinco contém os resultados alcançados no estudo e finalmente, na seção seis é realizada uma análise dos resultados obtidos e apresenta a conclusão do trabalho.

## 2. O Problema de Programação da Tripulação

No transporte público, usualmente a programação da tripulação é feita após a programação dos veículos. Na programação dos veículos as viagens são reunidas em blocos que definem a seqüência das atividades que um determinado veículo tem que realizar em um dia, desde a sua partida até o seu retorno à garagem. Cada bloco mostra também as Oportunidades de Troca das Tripulações (OT). Uma OT é um intervalo de tempo suficientemente grande que ocorre entre duas viagens em um ponto apropriado que possibilita a ocorrência de troca das tripulações que conduzem um veículo.

A partir dos blocos dos veículos são criadas as tarefas a serem realizadas pelas tripulações. Cada tarefa é um conjunto de viagens compreendidas entre duas OT's. Assim, durante a realização da tarefa, não é possível que haja a troca da tripulação. A programação de uma tripulação é formada pelo conjunto de tarefas a ser executado por ela ao longo do dia, também denominada de jornada de trabalho da tripulação. A programação das tripulações é o conjunto de todas as jornadas de trabalho referentes a uma empresa. Neste trabalho são considerados os seguintes tipos de jornadas: com Pegada Simples ou com Dupla Pegada, conforme o tempo existente entre as tarefas. No primeiro tipo, as tarefas são realizadas de uma única vez e os intervalos de tempo entre as tarefas são inferiores a duas horas. Caso ocorra um intervalo maior que duas horas, a jornada é classificada como dupla pegada. Neste intervalo superior a duas horas o veículo é recolhido à garagem e a tripulação é dispensada. Portanto a tripulação não é remunerada neste período. Após o término do intervalo, o tripulante deve retornar ao trabalho para realizar a segunda "pegada" da jornada.

Ao reunir as tarefas formando as jornadas, deve-se levar em conta inúmeras restrições operacionais e trabalhistas. As restrições trabalhistas são aquelas impostas pela legislação e os acordos coletivos do setor. Já as restrições operacionais representam a filosofia de gestão das empresas. Essas restrições podem ser classificadas em dois tipos: restrições essenciais, ou seja, aquelas de caráter obrigatório e que devem ser satisfeitas para gerar uma escala viável; e restrições não essenciais, aquelas cujo atendimento melhoram a qualidade da escala gerada, mas que, se não satisfeitas, não geram escalas inviáveis.

As restrições essenciais consideradas no modelo são as seguintes:

- Uma tripulação não pode realizar mais de uma tarefa ao mesmo tempo;
- As trocas das tripulações só podem ocorrer nas OT's;
- As trocas das tripulações só podem ocorrer entre grupos de linhas predeterminadas, ou seja, grupos de linhas com as mesmas características;
- As tripulações com Pegadas Simples não podem

realizar trocas de pontos;

- Cada tripulação com pegada simples tem direito a trinta minutos corridos de descanso/alimentação durante sua jornada diária, contabilizados até as seis primeiras horas de trabalho.
- O número de jornadas do tipo dupla pegada deve estar limitado a um valor pré-determinado;
- A jornada de trabalho diário é de 7:10 horas para as tripulações com pegada simples e 6:40 horas para aquelas com dupla pegada, acrescida de até duas horas extras;
- O tempo entre o final de uma jornada diária de trabalho e o seu início no dia seguinte deve ser de, no mínimo, 11 horas.

As restrições não essenciais consideradas no modelo são:

- O tempo ocioso de uma tripulação deve ser o menor possível;
- O número de horas extras deve ser minimizado;
- O número de tripulações deve ser mínimo;
- O número de vezes que uma tripulação troca de veículo deve ser reduzido;
- O número de vezes que uma tripulação com dupla pegada finaliza a primeira parte da jornada em um ponto e inicia a segunda parte em um outro ponto deve ser reduzido;
- O número de vezes que uma tripulação troca de linhas dentro de um mesmo grupo deve ser reduzido.

Estas restrições constam na Convenção Coletiva de Trabalho 2003/2004 celebrada entre o Sindicato das Empresas de Transporte de Passageiros de Belo Horizonte e o Sindicato dos Trabalhadores em Transporte Rodoviário de Belo Horizonte.

## 3. O Problema de Emparelhamento

Um emparelhamento é um conjunto de pares de vértices de um grafo com pesos não nulos, e tais que cada vértice deve formar, no máximo, um par. Deste modo, um emparelhamento de um grafo  $G=(X, A)$  é um subconjunto  $M$  do conjunto  $A$  de arcos de  $G$ , escolhidos de tal maneira que cada vértice é a extremidade de, no máximo, um arco de  $M$ , ou seja, não existem arcos adjacentes em  $M$  (Evans e Minieka [8], Ahuja *et al.* [1]).

A Figura 1 ilustra um conjunto emparelhamento cujos elementos são os pares de vértices: (1, 4), (2, 3) e (6, 7).

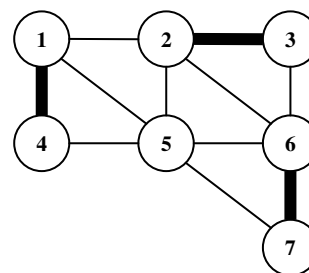


Figura 1: Exemplo de um conjunto de Emparelhamento

O problema de emparelhamento de peso máximo consiste em maximizar a soma dos pesos dos arcos pertencente ao conjunto  $M$ , considerando que a rede é não direcionada. Para a formulação matemática do problema, seja  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_z\}$  o conjunto de todos subconjuntos de vértices com cardinalidade ímpar. Seja  $T_m$  o conjunto de todos os arcos com as extremidades no conjunto de vértices  $V_m$  e  $T = \{T_1, T_2, \dots, T_z\}$ . Seja o número de vértices em  $V_m$  dado por  $2n_m + 1$ . Assim, nenhum conjunto de emparelhamento pode conter mais que  $n_m$  membros do conjunto  $T_m$ .

Sendo  $p_{ij}$  o peso no arco  $(i, j)$  considere a variável de decisão  $x_{ij}=1$  se o arco  $(i, j)$  está no emparelhamento e  $x_{ij}=0$ , caso contrário. Desta maneira o problema de programação linear para o emparelhamento de peso máximo fica da seguinte forma:

$$\text{Maximizar } \sum_{(i,j)} p_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j \in X} (x_{ij} + x_{ji}) \leq 1, \forall i \in X \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in T_m} x_{ij} \leq n_m, (m = 1, 2, \dots, z) \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \quad (4)$$

O conjunto de restrições (2) garante que cada arco  $(i, j)$  seja considerado pertencente ao conjunto de emparelhamento, no máximo, uma vez. Além disso, como o grafo é não direcionado, se  $x_{ij}=1$  então  $x_{ji}$  também deve ser igual a 1. O conjunto de restrições (3) refere-se aos subconjuntos de cardinalidade ímpar de  $G$ , e para cada subconjunto  $T_m$  de vértices em  $V_m$  o número de arcos em  $M$  deve ser menor do que  $n_m$ . Estas restrições não permitem a formação de arcos adjacentes pertencentes ao conjunto emparelhamento. O número  $z$  representa a quantidade total de subconjuntos com cardinalidade ímpar do grafo  $G$ .

O Problema de Emparelhamento é um problema clássico de fluxo em redes com diversas aplicações na resolução de problemas reais, entre as quais pode-se destacar o Problema de Programação da Tripulação (Ahuja *et al.* [1]).

#### 4. Metodologia Proposta

O PPT tem como dados de entrada os blocos dos veículos, os quais são particionados em tarefas que compõem as jornadas de trabalho de cada tripulação, formando então a escala diária de trabalho ou a programação diária das tripulações. A metodologia proposta consiste em emparelhar inicialmente as tarefas que apresentam maior similaridade e que podem ser executadas por uma única tripulação, sem ferir as restrições desejadas. Posteriormente, cada par de tarefas emparelhadas devido à aplicação do algoritmo de peso máximo, é representado por um único nó formando um pedaço de jornada. Assim, um pedaço de jornada compreende a execução de uma ou

mais tarefas. Os pedaços de jornadas sofrem sucessivos emparelhamentos até que nenhuma nova combinação de pedaços de jornada seja possível, determinando então as jornadas de trabalho das tripulações.

O modelo de emparelhamento para o PPT considera um grafo não direcionado  $G = \{V, A\}$  onde inicialmente  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  é o conjunto de vértices que representam as tarefas provenientes dos blocos dos veículos e  $A = \{\{v_i, v_j\}, \text{ tal que } v_i, v_j \in V, i \neq j\}$  é o conjunto de arcos que representam os possíveis seqüenciamentos das tarefas  $v_i$  e  $v_j$  com peso  $p_{ij}$  atribuído a este arco.

Se duas tarefas puderem ser executadas por uma única tripulação, ou seja, se o seqüenciamento de tais tarefas não infringir qualquer uma das restrições consideradas essenciais, então o arco ligando tais tarefas é acrescido ao grafo, caso contrário, o arco é descartado do grafo. Logo, dado um conjunto de tarefas, obtido a partir da programação dos veículos, e utilizando uma função de peso, gera-se o grafo  $G$  a partir do qual é feito o emparelhamento das tarefas. Para diminuir o número de comparações entre as tarefas, as mesmas são ordenadas de acordo com seus horários de início.

A partir do conjunto de tarefas combinadas, ou pedaços de jornadas, obtidas pelo emparelhamento inicial, utilizando-se novamente a função de peso e um novo grafo  $G'$  é gerado. Neste grafo os vértices são os pedaços de jornadas e os arcos são as possíveis combinações entre eles. A partir deste novo grafo é realizado um novo emparelhamento.

Este processo é repetido sucessivamente até que nenhuma combinação de pedaços de jornadas possa ser realizada, ou seja, o número de arcos no grafo  $G'$  é nulo. Nesse caso o grafo resultante apresenta um conjunto de vértices isolados, no qual cada vértice representa uma jornada de trabalho e o conjunto de todos os vértices representa a escala diária das tripulações da empresa.

Para determinar o peso  $p_{ij}$  dos arcos utilizou-se a Equação (5). Esta equação leva em consideração elementos pertencentes às restrições essenciais do problema descrita na seção 2, além de abranger jornadas de dupla pegada, onde:

$$p_{ij} = \alpha - \beta \times h_{\text{extras}} - \gamma \times h_{\text{ocios}} - \theta \times h_{\text{exced}} - \delta \times ntv - \varepsilon \times tl_{\text{perm}} - \omega \times tp_{\text{perm}} - \sigma \times f30 \quad (5)$$

- $p_{ij}$  é o peso no arco que liga as tarefas  $i$  e  $j$ ;
- $\alpha$  é um número muito grande do qual serão subtraídas as penalizações. Nesta implementação  $\alpha = 20.000$ ;
- $h_{\text{extras}}$  é o número de hora extras no pedaço de jornada e  $\beta = 6$ ;
- $h_{\text{ocios}}$  é o número de horas ociosas no pedaço de jornada, ou seja, horas que a tripulação recebe e não produz. Nos testes foram experimentados os valores  $\gamma = 4$  e  $\gamma = 0$ ;
- $h_{\text{exced}}$  é o número de horas que excedem as 9h 10' permitidas para uma jornada de trabalho e  $\theta = 300$ ;

- $ntv$  é o número de vezes que a tripulação troca de veículos e  $\delta = 500$ ;
- $tl_{perm}$  é o número de vezes ocorreu trocas de linhas permitidas e  $\varepsilon = 10$ ;
- $tp_{perm}$  é o número de vezes que as tripulações com dupla pegada fazem troca de ponto permitida. Nesse caso foi adotado  $\omega = 10$ ;
- $f30$  é o número de minutos que faltam para completar o intervalo de 30 minutos obrigatórios e  $\sigma = 500$ . Este peso é desconsiderado em jornadas com dupla pegada.

Os valores dos parâmetros  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\theta$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\omega$  e  $\sigma$  são baseados nos pesos da função de avaliação proposta por Silva *et al.* [11]. Foi utilizado  $\gamma = 0$  quando o fator horas ociosas não estava sendo considerado na determinação do peso no arco.

A partir do modelo de emparelhamento foram desenvolvidas duas estratégias, ou metodologias para a construção da rede sobre a qual é aplicado o algoritmo de emparelhamento com peso máximo. Estas metodologias são descritas a seguir.

#### 4.1. Metodologia 1: Divisão das Tarefas em Períodos

Esta metodologia tem como objetivo forçar o agrupamento de tarefas que pertencem ao mesmo período, seja da manhã, da tarde ou da noite, deixando que as tarefas dos demais períodos sejam agrupados segundo o emparelhamento global. Dessa maneira o modelo gera soluções com jornadas cuja duração predominante ocorre dentro do período. Assim, em uma primeira etapa as tarefas foram divididas em 3 blocos. Tais blocos representam três períodos típicos do dia: manhã (de 0:00 às 9:59), tarde (de 10:00 às 15:59) e noite (16:00 às 11:59). A partir daí, pode ser realizado, por exemplo, um pré-emparelhamento nos períodos da manhã e da noite, gerando pedaços de trabalhos com maiores durações. Todos os pedaços de jornadas assim como as tarefas do período da tarde são então emparelhados com a finalidade de propiciar que as trocas de tripulações ocorressem no horário de almoço, e as duplas pegadas tenham atividade nos horários do pico da manhã e da noite.

Foram realizados testes para diferentes divisões de períodos com pré-emparelhamento. Também foram consideradas variações nos parâmetros que definem os respectivos períodos. Desta forma, foi gerada uma variedade de soluções com diferentes características.

#### 4.2. Metodologia 2: Agrupamento das Tarefas em Blocos de Maior Duração

Esta abordagem tem como finalidade representar a situação operacional na qual a tripulação que inicia a operação a partir da garagem permanece com o veículo por um dado período mínimo de tempo. O mesmo acontece com a tripulação que retorna com o veículo à garagem no final da operação. Logo, foi

realizado um agrupamento das tarefas de curta duração em blocos de maior duração. Este agrupamento se dá no início e no final da atividade de cada veículo, ou sejam quando ele sai e quando ele retorna à garagem. As durações mínimas consideradas para cada bloco foram de 03:00 horas, 03:30 horas, 04:00 horas, 04:30 horas e 05:00 horas. Os pedaços de trabalho iniciais e finais com duração mínima são então emparelhados sucessivamente com o restante das tarefas, considerando sempre a Equação (5) na atribuição dos pesos aos arcos. Como variação desta abordagem, após o agrupamento das tarefas iniciais e finais, aplicou-se a metodologia 1.

### 5. Testes Realizados

Para avaliar a qualidade dos resultados obtidos, foi utilizada uma versão adaptada da função proposta por Silva *et al.* [11], que visa medir a qualidade de cada resultado obtido. Esta função de avaliação está baseada em penalidades e é apresentada abaixo.

$$FA = \sum_{i=1}^n p_i \times a_i \quad (6)$$

onde:

$p_i$  = peso atribuído às restrições não essenciais violadas pela solução;

$a_i$  = número de horas ou de vezes que a inviabilidade ocorreu;

$n$  = número de inviabilidades a serem contempladas.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos pelas diferentes metodologias propostas para o modelo de emparelhamento. Os resultados foram obtidos em um computador PENTIUM III® 1 GHz e 512 MB de memória RAM. O algoritmo foi desenvolvido em linguagem C e compilado pelo software C++ Builder 5 da Borland.

#### 5.1. Resultados Obtidos com a Metodologia 1

Nesta abordagem não ocorreu qualquer excesso de horas trabalhadas, ou seja, a duração máxima das jornadas de trabalho não excedeu o limite de 9 horas e 10 minutos. Os principais resultados obtidos nesta abordagem são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Melhores resultados obtidos pela metodologia 1

FA ( $\times 10^3$ )	Trp	Horas Extras	Horas Ociosas	Trocas de			DP	Pers
				Vcs	Pts	Lns		
243,4 <sup>1</sup>	286	65:00	559:14	113	17	17	25	M
258,8 <sup>1</sup>	286	69:46	564:00	138	19	19	20	M,N
263,2 <sup>2</sup>	294	67:09	614:43	123	16	15	18	M
269,0 <sup>1</sup>	295	74:37	629:04	114	19	20	21	T,N
269,2 <sup>2</sup>	294	73:57	621:31	127	13	13	15	M,N

<sup>(1)</sup>  $\gamma=0$ , <sup>(2)</sup>  $\gamma=4$

Onde FA é o valor da Função de Avaliação, Trp o número de tripulações, as Trocas de Vcs corresponde às trocas de veículos, Pts as trocas de pontos e Lns as trocas de linhas. A coluna DP apresenta o número de duplas pegadas e Pers diz respeito aos períodos onde foi realizado um pré-emparelhamento, por exemplo, (M, N) significa que os períodos foram divididos em Manhã (M), Tarde (T) e Noite (N) e foram realizados pré-emparelhamentos nos períodos da Manhã e da Noite e posteriormente os

pedaços de jornadas resultantes foram novamente emparelhados com os resultados obtidos previamente, gerando as jornadas de trabalho.

Ainda, pode-se observar na Tabela 1, que o melhor resultado obtido, segundo a função de avaliação, foi com o pré-emparelhamento sendo feito apenas no período da manhã (primeira linha). Considerando o número de tripulações, tanto o pré-emparelhamento somente no período da manhã quanto o pré-emparelhamento sendo feito no período da manhã e da noite produziram resultados com o mesmo número de tripulações igual a 286. Para os dois casos não foi levado em consideração o total de horas ociosas, ou seja,  $\gamma = 0$ .

## 5.2. Resultados Obtidos com a Metodologia 2

Esta metodologia foi testada variando-se a duração mínima dos blocos de trabalho entre 3 horas a 5 horas considerando intervalos de 30 minutos para descanso e alimentação. Com o aumento da duração dos blocos foi verificada uma diminuição na qualidade da solução obtida. Assim, são apresentados apenas os resultados obtidos com blocos mínimos de trabalho com 3 horas de duração. Neste caso não houve horas excedentes e os resultados devido à aplicação dessa metodologia são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Melhores resultados obtidos pela metodologia 2

FA ( $\times 10^3$ )	Trp	Horas Extras	Horas Ociosas	Trocas de			DP	Pers
				Vcs	Pts	Lns		
234,1 <sup>1</sup>	276	72:04	500:08	100	12	12	17	-
234,2 <sup>1</sup>	275	74:16	495:40	101	12	13	17	N
235,1 <sup>1</sup>	275	72:19	493:43	105	14	13	15	M,N
237,6 <sup>2</sup>	277	74:56	509:40	100	13	12	18	N
237,9 <sup>2</sup>	278	72:47	514:11	100	13	12	18	-

(<sup>1</sup>)  $\gamma=0$ , (<sup>2</sup>)  $\gamma=4$

O melhor resultado, em relação à função de avaliação ocorreu quando nenhum pré-emparelhamento foi realizado, ou seja, considerando-se metodologia 2 pura e não a sua combinação com a metodologia 1. Por outro lado, em relação ao número de tripulações, os melhores resultados foram obtidos realizando-se a combinação da metodologia 2 com a 1 e na qual o pré-emparelhamento ocorre no período da noite (segunda linha) e nos períodos da manhã e da noite (terceira linha).

## 6. Conclusão do Trabalho

Neste trabalho, foram propostas duas metodologias, baseadas no algoritmo de Emparelhamento de Peso Máximo para resolver o Problema de Programação de Tripulações. A primeira metodologia baseia-se na divisão das tarefas em blocos que variavam de acordo com o período do dia. A partir daí é realizado um pré-emparelhamento e as tarefas são agrupadas em um único nó, gerando pedaços de jornadas. E assim sucessivamente até que nenhum emparelhamento se torna possível. A segunda metodologia é uma variação da primeira, na qual as tarefas são agrupadas no início e final das viagens dos veículos até atingirem uma

duração mínima. Posteriormente foram aplicados emparelhamentos sucessivos até encontrar uma solução para o problema.

As duas metodologias se mostraram eficientes, gerando soluções que atendem às restrições do problema com custos reduzidos, segundo avaliação da empresa. Segundo os testes realizados, pode-se observar pelos resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2, pode-se observar que a segunda metodologia alcançou resultados melhores do que a primeira, principalmente no que diz respeito ao número de tripulantes. Isso se deve ao fato do agrupamento seguir um encadeamento natural das tarefas evitando um “comportamento guloso” dentro do processo sucessivo de emparelhamentos, presente na primeira metodologia. Os resultados do estudo de caso mostram possibilidades de aplicação prática do modelo.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Fapemig pelo apoio recebido no desenvolvimento deste trabalho.

## Referências Bibliográficas

- [1] Ahuja, R. K.; Magnanti, T. L.; Orlin, J. B., “Network Flows: Theory, Algorithms and Applications”. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
- [2] Barnhart, C.; Johnson, E. L.; Nemhauser, G. L.; Savelsbergh, M. P.; Vance, P. H., Branch-and-price: column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, v. 46 (1998) 316-329.
- [3] Ball, M.; Bodin, L.; Dial, R., A Matching Based Heuristic for Scheduling Mass Transit Crews and Vehicles.” *Transportation Science*, v. 17, n. 1 (1983) 4-31.
- [4] Carraresi, P.; Gallo, G., Network Models for Vehicle and Crew Scheduling. *European Journal of Operational Research*, v. 16 (1984) 139-151.
- [5] Desrochers, M.; Soumis, F., A Column Generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, v. 23 (1989) 1-13.
- [6] Desrochers, M; Gilbert, J.; Sauve, M.; Soumis, F., CREW-OPT: Subproblem modeling in a column generation approach to urban crew scheduling, em “Computer-Aided Transit Scheduling” (Desrochers, M. e Rousseau, J. M., eds.) pp. 395-406, Spring, Berlin, (1992)
- [7] Evans, J.R.; Minieka, E. “Optimization Algorithms for Networks and Graphs”. Merceel Dekker, Inc. - New York City-NY, 1992.
- [8] Fores, S.; Proll, L.; Wren, A., An Improved ILP System For Driver Scheduling, em “Computer-Aided Transit Scheduling” (Wilson, N. H. M., ed.) pp. 43-61, Springer, Berlin, 1999.
- [9] Friberg, C.; Haase, K., An exact branch and cut algorithm for the vehicle and crew scheduling

problem. em “Computer-Aided Transit Scheduling” (Wilson, N. H. M., ed.) pp. 63-80, Springer, Berlin, 1999.

- [10] Siqueira, P. H., “Aplicação do algoritmo do *Matching* no problema da construção de escalas de motoristas e cobradores de ônibus”. Dissertação de mestrado, Setor de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1999.
- [11] Smith, B. M.; Wren, A. A Bus Crew Scheduling System Using a Set Covering Formulation. *Transportation Research*, v. 22<sup>a</sup> (1988) pp. 97-108.
- [12] Silva, G. P.; Souza, M. J. F.; Alves, J. M. C. B., Resolução do Problema de Programação Diária da Tripulação de Ônibus Urbano via *Simulated Annealing*, em “Panorama Nacional de Pesquisa em Transportes” (Setti, J. R. A. e Santos, E. M., eds) v.2, pp. 95-104, ANPET, Natal, 2002.