Migração e Sincronismo em certos Modelos Populacionais

José A. Barrionuevo, **Jacques A. Silva**,
Depto de Matemática Aplicada, PPGMAP, UFRGS,
15054-000, Porto Alegre, RS
E-mail: josea@mat.ufrgs.br, jaqx@mat.ufrgs.br

Nesse trabalho consideramos a seguinte classe de sistemas dinâmicos

$$x_{t+1}^j = f^j(x_t) - \varphi(f^j(x_t^j)) + \sum_{i=1}^{n} c_{ji}\varphi(f^i(x_t^i)),$$

Esse modelo descreve a dinâmica de uma população composta por n subpopulações x_j, governadas por uma dinâmica local f^j e sujeita a efeitos migratórios que dependem da densidade φ e da geometria/conectividade c_{ji}, das subpopulações e inclui os modelos estudados em [2], [4], [5], [6] e [7]. A complexidade desse sistema, nessa generalidade, é muito grande mesmo no caso bidimensional e uma questão de interesse diz respeito a existência e estabilidade de soluções sincronizadas. Neste artigo consideramos o caso em que as dinâmicas locais são idênticas, isto é $f^i = f^j$. Neste caso a existência da solução sincronizada é evidente. Com relação a estabilidade provamos o seguinte resultado

Teorema. Seja L o número de Liapunov da dinâmica local f. Além disso vamos supor que o sistema é conservativo, isto é, a matriz $C = (c_{ji})$ é duplamente estocástica. Seja

$$\Lambda = \exp \int \log^+ ||I - \varphi'(x)A||\, d\rho$$

onde A é uma matriz dependendo apenas da configuração C das subpopulações. Então se $L\Lambda < 1$, a trajetória sincronizada $x^i = x^j$ é assintóticamente estável.

Para certas classes de matrizes, que correspondem a diferentes disposições geométricas das subpopulações e para específicas dinâmicas locais f, os valores de Λ e L podem ser determinados exatamente reproduzindo os resultados de [2] - [7].

A demonstração do teorema consiste em separar, em parte, os aspectos locais dos efeitos migratórios. Esta separação é possível para uma classe densa de funções φ utilizando o teorema ergódico de Birkhof para a dinâmica local e o teorema de Oseledec para o efeito migratório. Um processo limite extende o resultado para o caso geral.

Referências

[1] Barreto, E., Krešimir, J., Morales, C., Sander, E., So, P., The geometry of chaos synchronization, CHAOS, v. 13, **1**, (2003)

[2] Giordani, F., Silva, J., Sincronização em Metapopulações com Migração Dependente da Densidade, submetido , 2004.

[3] Hasler, M., Maistrenko, Y., An introduction to the synchronization of chaotic systems: coupled skew tent maps, preprint.

[4] Hastings, A., Complex interactions between dispersal and dynamics: Lessons from coupled logistic equations, *Ecology*, **74**, (1993)

[5] Kendall, B., Fox, G., Spatial Structure, Environmental Heterogenity, and Population Dynamics: Analysis of the Coupled Logistic Map, *Theoretical Population Biology*, 54, 1998.

[6] Silva, J., Castro, M., Justo, D. - Stability in a metapopulation model with density dependent dispersal, *Bull. Math. Biol., 63*, 2001.

[7] Silva, J., Castro, M., Justo, D. - Stability in a metapopulation model, *Bull. Math. Biol., 62*, 2000.