

# Poros mínimo versus idade do eritrócito na passagem por um poro cilíndrico

**José João Rossetto, Ana Paula Gabardo**

Depto de Matemática, UFPR,  
81531-990, Curitiba, PR  
E-mail: jjross@mat.ufpr.br

Na circulação sanguínea periférica o eritrócito é forçado a ultrapassar os micro-poros do baço responsáveis por testar a sua deformabilidade.

Modelos analíticos descrevendo a habilidade do eritrócito para transpor micro-poros cilíndricos foram desenvolvidos na literatura. Estes modelos fornecem curvas limite convexas que determinam a passagem ou não do eritrócito através do poro [1-3].

Neste trabalho, analisar-se-á o único ponto de mínimo destas curvas (poro mínimo de passagem) - poro de menor comprimento para um dado raio e sua influência na passagem do eritrócito pelo poro de acordo com a idade do eritrócito.

Pelas características do eritrócito, para um dado canal cilíndrico (de raio  $r$  e comprimento  $L$ ) o modelo geométrico pode ser representado como na Figura 1 em que o eritrócito atinge o formato de um halter (constituído de duas esferas mais um canal cilíndrico, subtraídas as calotas esféricas sobrepostas) [1].

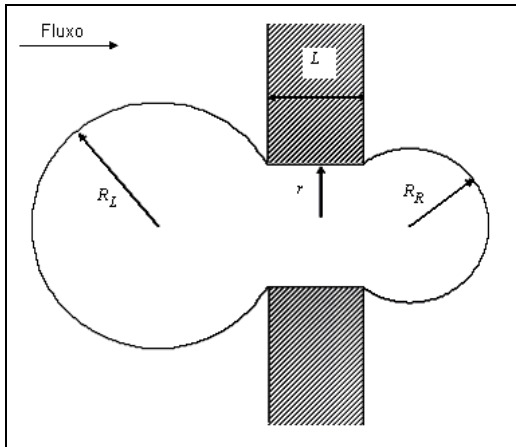


Figura 1: Ilustração de um eritrócito na passagem por um poro cilíndrico curto.

Assim, para um eritrócito de área ( $A$ ) e volume ( $V$ ) pode-se escrever as fórmulas,

$$A = 2\pi L + 4\pi R_L^2 - 2\pi R_L h_L + 4\pi R_R^2 - 2\pi R_R h_R \quad (1)$$

$$V = \pi r^2 L + \frac{4}{3}\pi R_L^3 - \frac{1}{3}\pi h_L^2(3R_L - h_L) + \quad (2)$$

$$\frac{4}{3}\pi R_R^3 - \frac{1}{3}\pi h_R^2(3R_R - h_R)$$

onde  $h_L$  e  $h_R$  são as alturas das calotas esféricas

penetradas no cilindro.

A condição de contorno que permite a travessia do eritrócito ocorre na situação de simetria esférica do halter ( $R_L = R_R$ ) [2]. Com essa condição por meio de (1) e (2) deduz-se:

$$L = r \left( \frac{A}{2\pi r^2} - 1 - \left( \sqrt[3]{3 \left( \frac{V}{\pi r^3} - \frac{A}{2\pi r^2} \right) + 2 + 1} \right)^2 \right) \quad (3)$$

que relaciona as constantes celulares  $A$  e  $V$  com as dimensões  $r$  e  $L$  do poro para a passagem do eritrócito na situação limite de simetria esférica. Para três tipos de eritrócito a Tabela 1 fornece a área e o volume eritrocitário de acordo com a idade.

Eritrócitos	$A$ ( $\mu\text{m}^2$ )	$V$ ( $\mu\text{m}^3$ )
Jovens	148	98.1
Típicos	134	89.8
Senis	118	78

Tabela 1: Área da membrana e volume eritrocitário em três estágios representativos do desenvolvimento do eritrócito [4].

As curvas limite de passagem ( $L$  em função de  $r$ ) em forma de "U" são convexas e a Figura 2 ilustra estas curvas para os três tipos de eritrócito [3].

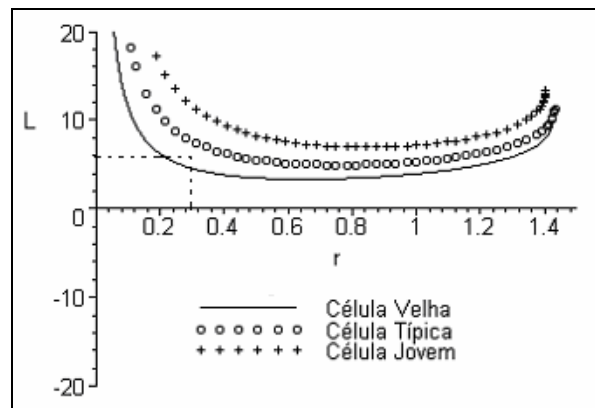


Figura 2: Curvas limite de passagem de três tipos de eritrócitos por um poro cilíndrico curto.

O eritrócito transpõe o poro para pares de valores ( $r$ ,  $L$ ) sobre a curva e na região externa à mesma e, não transpõe o poro para valores internos à mesma. Observa-se, por exemplo, que para o poro de dimensões  $r = 0,3$

$\mu\text{m}$  e  $L = 6 \mu\text{m}$  o eritrócito jovem e o típico transpõem o poro, mas o eritrócito idoso deixa de transpor o poro. Isto fornece um filtro mecânico artificial constituído de um canal cilíndrico útil para seleção de eritrócitos de acordo com a sua idade.

Derivando (3) encontra-se,

$$L'(r) = \frac{1}{2} \frac{A}{\pi^2} - 1 - \left( \sqrt[3]{3 \frac{V}{\pi^3} - \frac{3}{2} \frac{A}{\pi^2} + 2} + 1 \right)^2 + \left( \frac{A}{\pi^3} - \frac{2}{3} \frac{\left( \sqrt[3]{3 \frac{V}{\pi^3} - \frac{3}{2} \frac{A}{\pi^2} + 2} + 1 \right) \left( -9 \frac{V}{\pi^4} + \frac{3A}{\pi^3} \right)}{\sqrt[3]{3 \frac{V}{\pi^3} - \frac{3}{2} \frac{A}{\pi^2} + 2}} \right) \quad (4)$$

que possui um único ponto de mínimo. As curvas da derivada para os três tipos de eritrócitos estão representadas na Figura 3.

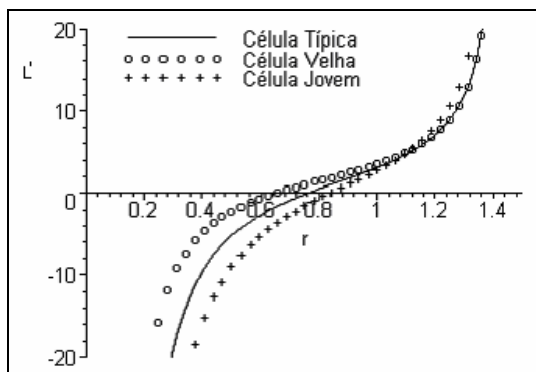


Figura 3: Curvas das derivadas para os três tipos de células. O ponto de mínimo é determinado pela interseção da curva com o eixo  $r$ .

O ponto de mínimo destas curvas é um ponto importante, pois é ele quem fornece o poro de menor comprimento que o eritrócito é capaz de transpor na situação limite - formato de um halter simétrico.

Analisando-se este ponto de mínimo, observa-se que: à esquerda deste ponto, ele representa o maior raio possível, dentre os pares  $(r, L)$  em que o eritrócito transpõe o poro na situação limite. E, à direita do ponto, ele representa o menor destes raios.

A Tabela 2 apresenta os pares  $(r, L)$ , com raio mínimo, para os três tipos de eritrócitos.

Eritrócitos	Raio mínimo ( $\mu\text{m}$ )	Comprimento ( $\mu\text{m}$ )
Jovens	0,835	6,927
Típicos	0,759	4,943
Senis	0,649	3,330

Tabela 2: Tamanho do poro no ponto de mínimo para cada um dos três tipos de eritrócitos.

Observa-se, pela Tabela 2, que à medida que o eritrócito envelhece, o valor do raio mínimo e seu

respectivo comprimento diminuem. Este fato é fundamental no projeto de construção de filtros mecânicos artificiais para seleção de eritrócitos, pois uma mudança sutil nas dimensões do poro acarreta alterações na seletividade dos mesmos. Assim, o poro mínimo para cada tipo de eritrócito deve ser analisado para se escolher adequadamente as dimensões do filtro de forma a manter a sua propriedade seletiva mesmo com os pequenos erros de medidas ocorridos durante a sua confecção.

## Referências

- [1] J. J. Rossetto; P. J. Abatti, Análise da passagem da célula vermelha do sangue através de poros cilíndricos, *TEMA: Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, 3.1 (2002)193-202.
- [2] P. J. Abatti, Determination of the red blood cell ability to traverse cylindrical pores. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 44 (1997) 209-212.
- [3] J. J. Rossetto, “Tese de Doutorado: Análise de modelos de filtros mecânicos para eritrócitos”, CEFET-PR, Curitiba, 2003.
- [4] O. Linderkamp; H. J. Meiselman, Geometric, osmotic, and membrane mechanical properties of density-separated human red cells, *Blood*, 59 (1982) 1121-1127.