

Descarga de Água de Produção em Operações offshore: Modelagem Matemática, Aproximação Numérica e Simulação Computacional

Julio C. Saavedra Vásquez,

Depto de Matemática e Física, MAF, UCG,
15054-000, Goiânia, GO
E-mail: vasquez@ucg.br,

João F. C. A. Meyer

UNICAMP, Departamento de Matemática Aplicada, IMECC,
13083-859 Campinas, SP, Brasil
E-mail: joni@ime.unicamp.br.

Resumo

Neste trabalho, é analisado o comportamento transiente da dispersão de água produzida decorrente da atividade *offshore*, através de simulação numérica. O processo de dispersão é modelado através de um sistema de E.D.P. que reúne as equações clássicas de Stokes e de Difusão-advecção/reacção em 3D, sendo que as velocidades obtidas na resolução numérica da I equação são usadas como parâmetro na equação de Difusão. Uma vez verificada existência e unicidade da solução da formulação variacional, são aplicados os métodos SUPG (de ordem II) e Crank-Nicolson, para achar uma solução aproximada do problema original. Adicionalmente estabelecemos algumas estimativas do erro induzido pelo método de Galerkin tanto no caso contínuo como no discreto no tempo.

1 Água de Produção: O Problema, Um Modelo

A poluição crônica das operações rotineiras dos navios representa muito mais perigo ao meio ambiente que a poluição aguda dos acidentes. Estudos realizados em 1990 mostram que entre 15 e 30% de todo o óleo despejado no Mar do Norte (aprox. 19.080 toneladas) foi consequência de operações *off-shore*. Apesar das atividades *off-shore* ocorrerem longe da costa, a poluição decorrente gera alterações da qualidade ambiental. Principalmente o sufocamento do assoalho oceânico com alterações das comunidades bentônicas.

Traços de vários metais pesados, tais como Mercúrio, Cádmio, Chumbo, Níquel e Prata fazem parte deste efluente [6]. Ainda segundo este autor,

os compostos orgânicos naturais presentes nas águas produzidas podem ser divididos em quatro grupos principais: alifáticos, aromáticos, polares e ácidos graxos. Além destes compostos, uma grande variedade de produtos químicos é adicionada para resolver ou prevenir problemas operacionais. Embora estes produtos químicos sejam necessários na fase inicial da produção, tornam-se complicações no processo de tratamento da água de produção.

Métodos de Tratamento da Água de Produção: Após o processo de separação gravitacional, a água produzida ainda possui um elevado teor de hidrocarbonetos que devem ser removidos antes do seu despejo no mar. Para tal, aplicam-se métodos diferenciados para remover compostos dispersos e compostos dissolvidos. A eficiência dessas tecnologias depende dos volumes envolvidos, constituição da água, e do espaço físico no caso de instalações *off-shore*, inevitavelmente limitados pelo custo operacional. Uma forma de avaliar a eficiência dos tratamentos da água oleosa é por meio da análise de amostras coletadas diariamente ao longo da planta de tratamento. Porém este procedimento tende a causar grandes alterações nas medidas do TOG e outros parâmetros que caracterizam a qualidade da água de produção [11].

Impacto Ambiental: O impacto ambiental devido à água de produção é geralmente avaliado pela toxicidade dos constituintes e pela quantidade de compostos orgânicos e inorgânicos presentes nesta. De acordo com a PARCOM (Paris Commission on Operational Pollution) o Mercúrio, Cádmio e seus compostos são as substâncias¹ de toxicidade mais elevada. O despejo da água produzida no Brasil é regulado pelo IBAMA/CONAMA, a qual esta-

¹fazem parte da lista de produtos proibidos

belece que o limite no caso de óleo e graxas é de 20ppm(mg/L). Apesar das restrições relativas ao TOG, o efeito nocivo dos outros contaminantes não pode ser negligenciado.

1.1 O Modelo a ser Analisado

Logo que a água de produção é despejada no mar, as diferentes substâncias presentes nela experimentam processos de dispersão e de biodegradação², processos que, de acordo com as características desta atividade, acontecem devido ao fluxo, tanto pela difusão efetiva [10] como por advecção (decorrente da correnteza do mar), e também devido à volatilização e à absorção respectivamente. Isto nos levou a modelar o referido fenômeno através de sistemas que incluem a E.D.P de Difusão-Advecção/Reação.

Como os efluentes da água de produção de uma unidade de produção irão afetar um volume de água do mar circunscrito às primeiras centenas metros de distância da unidade ([12] e [8]), cuja pluma se dispersará nas três dimensões, é plausível assumir que o domínio $\Omega \subset R^3$ considerado é um paralelepípedo, tal como o ilustra a figura abaixo.

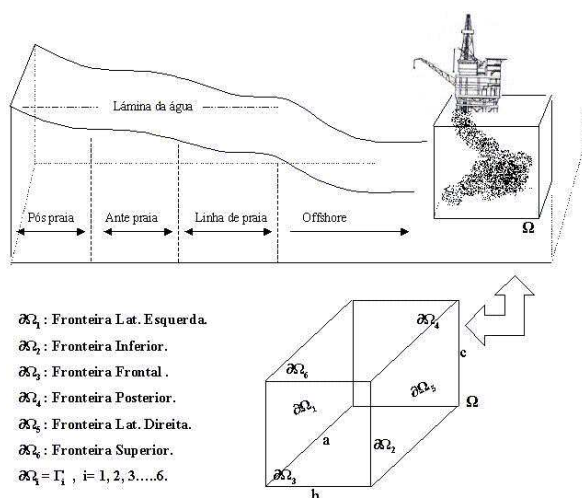


Figura 1: Domínio de Atuação

Além disso, adotamos a seguir as seguintes notações:

$u(t, \mathbf{x}), (t, \mathbf{x}) \in \Omega_t = (0, T] \times \Omega$ representa a concentração de material presente na água de produção, na posição $\mathbf{x} \in \Omega \subset R^3$ no instante t . $\alpha = \alpha(t, \mathbf{x}, u)$ é a função que descreve a difusividade efetiva desse material.

$W_1 = (w_1(\mathbf{x}, t), w_2(\mathbf{x}, t), w_3(\mathbf{x}, t))$ caracterizará o campo de velocidades do mar devido à circulação local, a marés e ventos. Denotamos com V a resultante da circulação local W_1 e o campo W_2 o qual é induzido pela natureza gravitatória das

diferentes substâncias contaminantes que fazem seu ingresso no mar através da fonte f . Neste trabalho vamos considerar que a circulação local W_1 tem comportamento estacionário e, sendo assim, consideraremos esse campo apenas como função da variável espacial. Apesar disso, é possível considerar a influência das marés através de uma mudança nas condições de fronteira³ emulando a "variação temporal" da circulação local em torno da unidade *offshore*.

De um modo geral se denotamos com $\Gamma_N \subset \partial\Omega$ as fronteiras do oceano onde acontece a perda da substância e, então, esta é modelada através da condição

$$-\alpha \frac{\partial u}{\partial \eta} = k_N u, (t, \mathbf{x}) \in [0, T] \times \Gamma_N \quad (1)$$

Onde η é o vetor normal (unitário) exterior à superfície. Esta condição de tipo Robin, indica que a taxa de passagem de contaminante através da fronteira é suposta diretamente proporcional à concentração da própria substância. Neste caso, temos que $k_N = V \circ \eta$. No caso em que $k_{\Gamma_i} = 0$ temos que o fluxo através da fronteira Γ_i é nulo, i.e. não há perda nem ingresso da substância. No caso das fronteiras nas quais não se registra a presença das substâncias poluentes temos a condição de Dirichlet homogênea:

$$u = 0, (t, \mathbf{x}) \in [0, T] \times \Gamma_D, \quad (2)$$

Desta forma, $\partial\Omega = \Gamma = \overline{\Gamma_N \cup \Gamma_D}$, com $\Gamma_N \cap \Gamma_D = \emptyset$.

A função $f : \Omega_t \rightarrow R$ representará o ingresso das substâncias contidas na água de produção, a mesma que acontece de maneira local ou pontual. A taxa da ação conjunta dos processos de volatilização, oxidação química e biodegradação dos constituintes do efluente será representada pela função $\sigma = \sigma(t, \mathbf{x})$.

As considerações acima permitem modelar nosso problema através da E.D.P.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \text{Div}(-\alpha \nabla u + V u) + \sigma u &= f, (t, \mathbf{x}) \in \Omega_t \\ u(0, \mathbf{x}) &= u_0(\mathbf{x}) \\ -\alpha(u) \frac{\partial u}{\partial \eta} &= k_N u, (t, \mathbf{x}) \in \Gamma_N. \end{aligned} \quad (3)$$

Onde o campo de velocidades W_1 corresponde à solução numérica das equações de Stokes:

$$\begin{aligned} \mu \Delta W_1 - \text{grad}(P) + f &= 0 \\ \text{div} W_1 &= 0 \\ W_1(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_g \\ \frac{\partial W_1}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma_h} &= h \end{aligned}$$

³as quais permitem gerar W_1 através da solução numérica das equações de Stokes

²exceto metais pesados que não degradam

Aqui, Ω é um conjunto aberto e limitado do R^3 tal que $\partial\Omega = \Gamma = \Gamma_g \cup \Gamma_h$ e $\emptyset = \overline{\Gamma_g} \cap \overline{\Gamma_h}$, μ é o coeficiente de viscosidade, W_1 é a velocidade, P é a pressão e f é a força do corpo (no nosso caso $f = 0$).

Observe-se que a possibilidade da descontinuidade das funções correspondentes à fonte, aos parâmetros ou à condição inicial faz com que a equação (3) possa não admitir solução no sentido clássico. Em geral as equações derivadas a partir das leis de conservação não têm solução no sentido clássico (ver [7]), porém definem problemas bem postos considerando a definição de soluções generalizadas ou fracas.

2 A Formulação Variacional

As exigências de suavidade e diferenciabilidade sobre a função u impostas por esta equação podem ser enfraquecidas através da introdução da derivada no sentido das distribuições, o que permite obter a formulação Variacional ou Fraca (F.V) associada a (3), formulação que apresenta diversas vantagens. A base teórica dos métodos de elementos finitos é a FV. Introduzindo uma discretização do domínio de solução aproximamos a solução contínua com uma apropriada função contínua por partes, e, com isto, o problema de resolvermos uma E.D.P se reduz a resolver sucessivos SLE. A FV associada a (3) é,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial t} | v\right)_\Omega & - \alpha(\Delta u | v)_\Omega + (Div(Vu) | v)_\Omega \\ & = (f - \sigma u | v)_\Omega, \forall t \in (0, T]. \end{aligned} \quad (4)$$

Onde: $\forall v \in V \subset H^1(\Omega)$ e $(\cdot | \cdot)_\Omega$ é o produto interno usual em $L^2(\Omega)$. De (4) com o recurso de instrumental analítico obtem-se:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial t} | v\right)_\Omega & + \alpha(\nabla u | \nabla v)_\Omega + (V \circ \nabla u | v)_\Omega \\ & + \sigma(u | v)_\Omega + k(u | v)_{\Gamma_r} \\ & = (f | v)_\Omega, \forall v \in V, \forall t \in (0, T]. \end{aligned} \quad (5)$$

Onde $(\cdot | \cdot)_{\Gamma_r}$ é o produto interno sobre a fronteira Γ_r . Um resultado devido a Lions [9], garante a existência e unicidade de solução para uma classe de problemas abstratos, e em particular para o nosso, reescrito aqui de modo adequado aos objetivos deste trabalho.

2.1 Discretização Espaço-Temporal do Problema

Garantidas existência e unicidade da solução do problema variacional (5) em subespaços V , podemos utilizar algum método numérico apropriado para aproximar adequadamente a sua solução. O Método de Galerkin é um método que permite construir uma solução aproximada da FV através

de Elementos Finitos.

Seja V_h um subespaço de V de dimensão finita gerado pela base $B = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n_h}\}$. Assim podemos representar qualquer função deste espaço, e, por isso, a solução do problema (5) no subespaço V_h , como:

$$u_h(t, x) = \sum_{i=1}^{n_h} c_i(t) \varphi_i(x).$$

Substituindo u_h na formulação variacional (5) e uma vez que no método de Galerkin a formulação peso-residual é tal que as funções peso v são da mesma classe das funções base ou teste φ_i , temos :

$$\begin{aligned} \sum_i^{n_h} \frac{dc_i}{dt} (\varphi_i | \varphi_j)_\Omega + \alpha \sum_i^{n_h} c_i (\nabla \varphi_i | \nabla \varphi_j)_\Omega + \\ + \sum_i^{n_h} \{k(\varphi_i | \varphi_j)_{\Gamma_r} + (V \circ \nabla \varphi_i | \varphi_j)_\Omega\} c_i \\ = (f - \sigma \varphi_i | \varphi_j)_\Omega, \forall \varphi_j \in B, \end{aligned}$$

equação que equivale ao sistema linear de E.D.O.:

$$A(\varphi_i, \varphi_j) \dot{c}(t) + B(\varphi_i, \varphi_j) c(t) = d(f, \varphi_j), \quad (6)$$

onde $B = (b_{ij})$, $A = (a_{ij})$ e $d = d_j$ são dados por :

$$\begin{aligned} b_{i,j} & = \alpha(\nabla \varphi_i | \nabla \varphi_j)_\Omega + (V \nabla \circ \varphi_i | \varphi_j)_\Omega \\ & + \sigma(\varphi_i | \varphi_j)_\Omega + k(\varphi_i | \varphi_j)_{\Gamma_r}, \\ a_{i,j} & = (\varphi_i | \varphi_j)_\Omega, \quad d_j = (f | \varphi_j)_\Omega, i, j = 1, 2, \dots, n_h. \end{aligned}$$

Dos diferentes tipos de elementos finitos que podem ser escolhidos para discretizar um determinado domínio bidimensional, em geral os triângulos são os mais adequados para descrever domínios cuja geometria é mais irregular. Assim, para domínios tridimensionais, os tetraedros são uma extensão natural e conveniente dos elementos triangulares.

Denotemos com $\{\Omega_e\}_{e=1}^{NT}$ uma família finita de NT tetraedros Ω_e , dois a dois disjuntos ou tendo como interseção no máximo uma face, ou uma aresta e tais que :

$$\overline{\Omega} = \bigcup_{e=1}^{NT} \Omega_e,$$

associamos a esta malha o parâmetro h dado por $h = \max_e \{diam(\Omega_e)\}$ e, desta forma, denotamos a família $\{\Omega_e\}_{e=1}^{NT}$ por Υ_h . Dentre os diferentes subespaços finitos que podem ser escolhidos para definir V_h , consideramos o espaço das funções polinomiais de três variáveis de grau menor ou igual a $n \in \{1, 2\}$ definidos em Ω_e .

Oscilações Numéricas: SUPG

Existe a possibilidade de que as soluções numéricas obtidas através do Método de Galerkin

sejam corrompidas por oscilações, isto acontecerá em casos de problemas com convecção ou advecção dominantes. Estas oscilações indesejáveis podem ser evitadas fazendo um adequado refinamento da malha, mas o preço a pagar é um alto custo computacional. Uma alternativa ao método de Galerkin puro que não precisa disto é o método Streamline Upwind Petrov-Galerkin (SUPG) introduzido por Brooks e Hughes [1], no qual a ideia básica é modificar as funções peso residual para o termo convectivo do Método de Galerkin, perturbação que só atua na direção do fluxo, evitando a excessiva difusibilidade presente nas soluções obtidas através dos outros métodos, sem introduzir difusão artificial e perder consistência como alguns métodos Upwind. Assim, as funções modificadas são da forma:

$$\tilde{\varphi}_i = \varphi_i + \psi_i,$$

onde φ_i são as funções que geram V_{h0} , e ψ_i são funções descontínuas que só atuam na direção do campo de velocidades, as quais dependem tanto de V como do número de Péclet. Como em Codina [4], neste trabalho consideramos:

$$\psi_i = \tau V \circ \nabla \varphi_i,$$

onde τ é um parâmetro, escolhido de tal forma a se obter uma solução nodalmente exata ou muito próxima desta. Para problemas de dimensão espacial maior que 1 uma estratégia amplamente adotada é proceder como no caso unidimensional, no qual se atinge uma solução nodalmente exata para elementos finitos lineares, quando:

$$\tau = (\coth(Pe) - \frac{1}{Pe}) \frac{1}{2|V|},$$

onde $Pe = \frac{|V|h}{2\alpha}$ é o número de Péclet, sendo α o coeficiente de difusão, V é a velocidade unidimensional respectivamente, e h representa o comprimento de um elemento da malha uniforme. O processo para calcular τ_e é conforme o procedimento que aparece em [3], já incorporado com sucesso em diversos trabalhos correlatos ([2] e [5]).

Implementação: Foram implementados programas em MATLAB versão 6.5 para a confecção da malha de elementos finitos e do campo de velocidades. Este último foi obtido através da solução numérica da equação de Stokes com as condições de fronteira: $V(x, y, z) = (v_1(x, z), v_2, v_3)$, onde: $v_1(x, z) = \frac{V_0(a-x)(x+a)z(2c-z)}{(ac)^2}$, sendo as duas últimas componentes constantes.

3 RESULTADOS: Simulações

Devido à natureza diferente dos diversos compostos da água de produção, o estudo do comportamento espaço-temporal da pluma de água de produção é feito como em [12] e [8], através da

análise individual dos grupos de constituintes mais representativos levando em consideração suas características físico-químicas durante sua descarga no ambiente aquático.

Nos diversos cenários é feita uma discretização do domínio Ω , atribuindo aos parâmetros do domínio os seguintes valores:

Parâmetros	Valores (km)
a	1.8
b	0.9
c	0.15
dx (nx=18)	0.1
dy (ny=9)	0.1
dz (nz =3)	0.05

Tabela 1: Parâmetros da discretização espacial do domínio

Sendo o tamanho do passo do tempo adotado será $dt = 0,03125$, valor que é obtido considerando 1 hora de simulação equivalente a 32 iterações (ou passos) no tempo. Além disso consideramos uma fonte pontual e constante, localizada numa determinada profundidade.

As taxas de degradação biológica σ dos principais constituintes da água de produção consideradas nos diferentes cenários da próxima subseção, serão assumidas variáveis apenas com a profundidade. De tal forma que:

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_1 & 0 \leq z < \frac{c}{3} \\ \sigma_2 & \frac{c}{3} \leq z < \frac{2c}{3} \\ \sigma_3 & \frac{2c}{3} \leq z \leq c, \end{cases}$$

onde σ_1, σ_2 e σ_3 são constantes cujos valores são atribuídos de acordo com a natureza da substância em questão.

No caso do campo W_2 o qual é induzido pela natureza gravitatória das diferentes substâncias contaminantes, que fazem seu ingresso no mar através da fonte f , é considerado de tal forma que $W(x, y, z) = (0, 0, v_3)$, onde v_3 é constante e seu valor dependerá exclusivamente da natureza da substância a ser analisada, podendo ser positiva, negativa ou nula, para o caso de substâncias leves como PAHs(2-3 Anéis), Metais pesados e óleo disperso respectivamente. A seguir as simulações do Óleo disperso.

3.1 Dispersão de óleo

Óleo disperso é um dos constituintes da água de produção que mais atenção recebe por parte das entidades de fiscalização do meio ambiente. Está presente em pequenas gotículas e encontra-se suspenso na fase aquosa. Sua concentração na água de produção depende da sua densidade, da tensão

superficial entre o óleo e as fases da água, do tipo e eficiência do tratamento químico (ver [13]). A natureza físico-química desta substância permite, neste cenário, considerarmos que não há maior influência da força gravitatória sobre ele, i.e., a componente vertical do campo W_2 é nula.

Parâmetro	Valor
α	$0.003km^2/h$
σ	$\sigma_1 = \sigma_2 = 0.02/h, \sigma_3 = 0.1/h$
(k_N)	$k_2 = k_6 = 0, k_N = V \circ \eta_N (km/h)$
Vazão(fonte)	$1 (g/L)/h$

Tabela 2: Parâmetros do modelo utilizados na simulação do óleo disperso

Ressaltamos que neste cenário a fonte ficou ligada durante as 3 primeiras unidades de tempo. Os valores adotados para a difusividade e o decaimento são da mesma ordem de grandeza que aqueles utilizados nos trabalhos de Cantão [2] e De Oliveira [5]. Para efeitos de uma melhor visualização e uma adequada análise dos resultados das diferentes simulações, achamos conveniente exibir o comportamento espaço-temporal da concentração de cada substância, num mesmo nível de altura z . Para todos os diferentes cenários foram considerados os níveis correspondentes a $z = 0, z = \frac{c}{3}, z = \frac{2c}{3}$ e $z = c$ sendo que o primeiro e último nível correspondem ao fundo do mar e à superfície respectivamente.

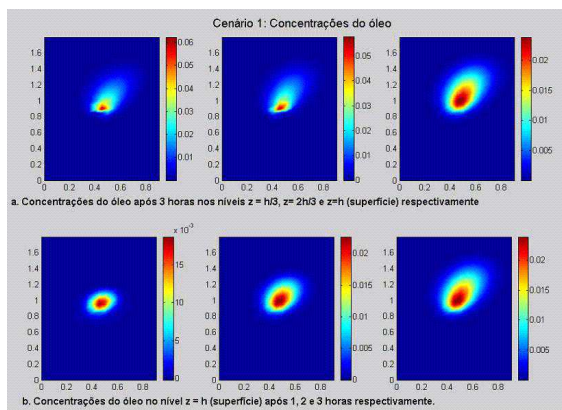


Figura 2: Concentração de óleo disperso

3.2 Comentários dos resultados

Na figura 2, os gráficos (a) mostram que após três unidades de tempo, a concentração do óleo na região que corresponde a $z = \frac{c}{3}$ é maior que na altura correspondente a $z = \frac{2c}{3}$ e a concentração de óleo nesta profundidade é menor do que na superfície ($z = c$). Como a correnteza decresce com a profundidade, então a substância se dispersa mais na superfície do que em qualquer outro nível de profundidade provocando desta maneira uma

menor concentração. Outro fator que contribui para isto é que a taxa de degradação é maior na superfície. Além disso, nos três casos temos um deslocamento da pluma, predominante na direção do eixo y , e isto se deve à correnteza ser predominante nessa direção.

Os gráficos (b) desta mesma figura correspondem à concentração do óleo na superfície após uma, duas e três unidades de tempo respectivamente. Claramente apreciam-se os efeitos de difusão e de transporte ao longo do tempo, uma vez que a fonte se mantém ligada constantemente durante estas três unidades de tempo.

4 Conclusões

Os gráficos das simulações dos diferentes cenários revelam resultados compatíveis com o esperado comportamento espaço-temporal das diversas substâncias mencionadas quando influenciadas por fenômenos de difusão e dispersão, sob determinadas condições de fronteira e seus respectivos parâmetros.

Por outro lado, este texto apresenta de modo original o tratamento teórico que leva à garantia de convergência dos métodos de Galerkin discreto e contínuo nas situações abordadas. Esta situação abrange a inclusão no modelo e no tratamento algorítmico da variabilidade do coeficiente das degradações, da dependência espaço-temporal do perfil de velocidades, e, desde que de modo adequado, da dependência de alguns dos parâmetros da própria concentração do efluente.

Apesar de termos considerado um domínio bastante regular, é perfeitamente possível modelar o processo de dispersão da água de produção em domínios de geometrias irregulares, bastando para isto fazer pequenas modificações no programa principal cujo código numérico aparece no apêndice deste trabalho. Em outras palavras, os resultados não dependeram da geometria do domínio ainda que se apoiem no uso de tetraedros.

Acreditamos que este modelo, uma vez calibrado, venha poder ser instrumento de apoio na avaliação do impacto ao ambiente marinho devido à atividade *offshore*, inclusive na fase de projetos tanto no dimensionamento das unidades quanto aos efeitos resultantes da localização.

Como sabemos, o tipo de informação requerido pelas instituições de fiscalização da qualidade ambiental deve ser tanto quantitativo como qualitativo e determinado em tempo real. Uma vez que os resultados das simulações podem ser tanto qualitativos

quanto quantitativos, e que o programa demanda alguns poucos minutos (menos de 5 minutos⁴) então podemos considerar este trabalho como uma ferramenta adicional na tomada de decisões e procedimentos para avaliação do impacto em ambientes marinhos devido à descarga de água de produção.

Referências

- [1] A.N. Brooks e T.J.R. Hughes, Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on Incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **32**(1982), 199-259. Elsevier S.A.
- [2] R.F. Cantão, "Modelagem e Simulação Numérica de Derrames de Óleo no Canal de São Sebastião", Tese de Mestrado, IMECC, UNICAMP, Campinas, SP, 1998.
- [3] R. Codina, E. Oñate e M. Cervera, The Intrinsic Time for the Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulation Using Quadratic Elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **94**(1992), 239-262. Elsevier S.A.
- [4] Codina, R., Comparison of some finite element methods for solving the diffusion-convection-reaction equation., *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol 156,185-210. Elsevier, 1998.
- [5] F.R. de Oliveira, "O Comportamento Evolutivo de uma Mancha de Óleo na Bahia de Ilha Grande, RJ: Modelagem, Análise Numérica e Simulações", Tese de Doutorado, IMECC, UNICAMP, Campinas, SP, 2004.
- [6] G.R. de Oliveira e M.K. de Oliveira, Remoção de Contaminantes Tóxicos dos Efluentes Líquidos Oriundos da Atividade de Produção de Petróleo no Mar, *Bol. Téc. Petrobras, R.J.*, 43(2)129-136, abr/jun. 2000.
- [7] Evans, L.C., *Partial Differential Equations*, Berkeley Mathematics Lecture Notes, vol. 3A, 1993.
- [8] Kennicut, M.C *et al.*, Geochemical Patterns in Sediments Near Offshore Production Platforms, *Can. Journal Aquat. Science*, vol 53, 2554-2566, 1996.
- [9] Lions, J.L., *Equations Différentielles Opérationnelles et Problèmes aux Limites*, Springer-Verlag Berlin. Gottingen. Heidelberg, 1961.
- [10] G.I. Marchuk, "Mathematical Models in Environmental Problems, Studies in Mathematics and its Applications", Vol.16, North-Holland, 1986.
- [11] O.A. Pereira e A.M. Travalloni, Metodologia experimental de amostragem isocinética para efluentes. *Bol. téc. Petrobras, Rio de Janeiro, R.J.*, 43(1), 62-68, jan./mar. 2000.
- [12] S. Johnsen *et al.*, The environmental impact factor: A proposed tool for produced water reduction, management and regulation SPE-paper No. 61178. International Conference on Health, Safety and the environment in Oil and Gas Exploration and Production, Held in Stavanger Norway, June, 2000.
- [13] Site Environmental assessment Division: <http://www.ead.anl.gov/index.cfm>, A White Paper Describing Produced Water from Production of Crude Oil, Natural Gas, and Coal Bed Methane: www.ead.anl.gov/pub/dsp_etail.cfm?PubID=1715

⁴Pentium 4, 2.4 GHz, 512 MB Memoria Ram e Sistema Operacional Windows.