

# Controle Fuzzy de Biocida na Morte Súbita dos Citros

Magda da Silva Peixoto, Laécio Carvalho de Barros,

Departamento de Matemática Aplicada, IMECC, UNICAMP,  
13083-859, Campinas, SP

E-mail: magdapeixoto@yahoo.com.br, laeciocb@ime.unicamp.br,

**Rodney Carlos Bassanezi**

Departamento de Matemática Aplicada, IMECC, UNICAMP,  
13083-859, Campinas, SP

E-mail: rodney@ime.unicamp.br.

## Resumo

Nesse trabalho usamos um sistema baseado em regras fuzzy para simular a aplicação de biocidas para combater pulgões, insetos transmissores do vírus responsável pela Morte Súbita dos Citros. Verificamos que a estabilidade das populações de praga e de seus predadores é alterada ao se aplicar biocidas. Com a aplicação de veneno o sistema deixa de ter um ciclo limite e passa a ter um equilíbrio assintoticamente estável. Também verificamos um favorecimento da população de praga no equilíbrio.

## Introdução

A Morte Súbita dos Citros(MSC) é uma doença que vem causando sérios prejuízos aos citricultores no Estado de São Paulo. Pesquisadores acreditam que tal doença seja causada por um vírus transmitido por insetos conhecidos como pulgões (Pesquisa FAPESP, maio/04, p. 59). No intuito de preservarem seus pomares, os produtores utilizam indiscriminadamente agrotóxicos, que, como se sabe, possuem efeitos adversos sobre a fauna benéfica - como por exemplo, as joaninhas, predadores naturais de pulgões. É natural que se decida a quantidade de biocida a ser aplicada em função da quantidade de pulgões presente nas árvores, ou seja, quanto maior a densidade populacional de afídeos, maior a quantidade de biocida necessária.

## Preliminares

Para um melhor entendimento do artigo faremos um pequeno resumo sobre o que será aqui utilizado da lógica fuzzy ([1, 2, 3]).

Um subconjunto (clássico)  $A$  do universo  $U$  pode ser representado por sua função característica dada por

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases}$$

Assim, a função característica descreve comple-

tamente o conjunto  $A$ , uma vez que indica quais elementos do conjunto  $U$  são elementos de  $A$ .

Permitindo uma espécie de “relaxamento” no conjunto imagem da função característica de um conjunto foi que Zadeh formulou matematicamente um subconjunto fuzzy ([5]).

Definimos um subconjunto fuzzy  $A$  de  $U$ , ou simplesmente conjunto fuzzy, por meio da função de pertinência  $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$ , em que o número  $\mu_A(x)$  representa o grau de pertinência do elemento  $x$  ao subconjunto fuzzy  $A$ .

Um sistema baseado em regras fuzzy possui, basicamente, quatro componentes: um processador de entrada (ou fuzzificador), um conjunto de regras linguísticas, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (ou defuzzificador), gerando um número real como saída. A Figura 1 ilustra um sistema fuzzy.

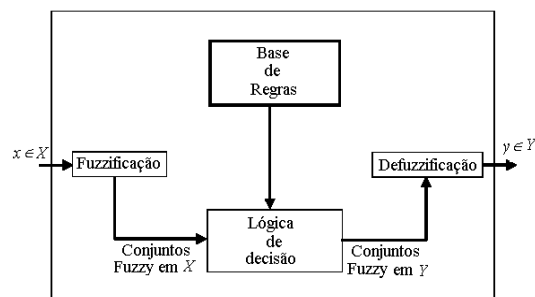


Figura 1: Arquitetura de sistemas baseados em regras fuzzy.

A fuzzificação é o processo pelo qual os valores de entrada do sistema são convertidos para conjuntos fuzzy, com as respectivas faixas de valores onde estão definidos. É um mapeamento do domínio de números reais para o domínio fuzzy.

A base de regras caracteriza os objetivos e a estratégia utilizados por especialistas na área, por meio de um conjunto de regras linguísticas. Um especialista humano, entrevistado para ajudar a formular o conjunto de regras fuzzy, pode articular

associações de entradas/saídas lingüísticas. Assim, sistemas fuzzy podem produzir estimativas de um sistema não linear complexo sem recorrer a modelos matemáticos. Nesse escopo, a metodologia fuzzy é um método de estimativa de entrada e saída livre de modelos matemáticos ([4]). É justamente esse nosso objetivo, modelar a interação presa-predador sem uso de equações, apenas com regras construídas com o auxílio de especialistas. Por exemplo, considere um controlador fuzzy simples de 2 entradas e 1 saída, consistindo de apenas duas regras:

$R_1$ : SE  $x$  é  $A_1$  E  $y$  é  $B_1$  ENTÃO  $z$  é  $C_1$

$R_2$ : SE  $x$  é  $A_2$  E  $y$  é  $B_2$  ENTÃO  $z$  é  $C_2$

onde  $A_i, B_i, C_i$  são conjuntos fuzzy.

A lógica de tomada de decisões, incorporada na estrutura de inferência da base de regras, usa implicações fuzzy para simular tomadas de decisão humanas. Ela gera ações - conseqüentes - inferidas a partir de um conjunto de condições de entrada - antecedentes.

O método de inferência que utilizaremos em nosso trabalho é o de Mamdani [3], que agrega as regras por meio do operador lógico OU, modelado pelo operador máximo  $\vee$  e, em cada regra, os operadores lógicos E e ENTÃO são modelados pelo operador mínimo  $\wedge$ . Para ilustrar o método vamos usar apenas duas regras genéricas, do tipo daquelas que aparecem na base de regras do exemplo acima, cada uma com duas entradas e uma saída (Figura 2).

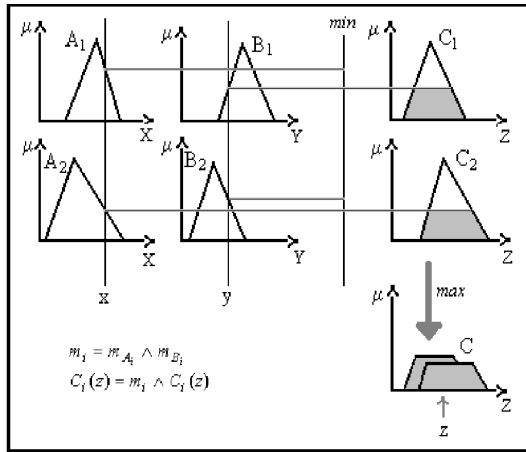


Figura 2: Método de Inferência de Mamdani.

Por fim, na defuzzificação, o valor da variável lingüística de saída, inferida pelas regras fuzzy, é traduzida num valor real. O objetivo é obter-se um único número real que melhor represente os valores fuzzy inferidos da variável lingüística de saída. Para selecionar o método apropriado pode-se utilizar um enfoque baseado no centróide ou nos valores máximos que ocorrem na função de pertinência resultante.

O método do Centro de Gravidade ou Centróide é a técnica de defuzzificação mais comumente usada. Pode ser compreendido como uma média pondera-

da, onde  $\mu_A(x)$  funciona como o peso do valor  $x$ .

Se  $x$  é discreto, então a defuzzificação do conjunto fuzzy  $A$  é dada por:

$$\bar{z} = \frac{\sum_x \mu_A(x)x}{\sum_x \mu_A(x)}$$

Da mesma forma, se  $x$  é contínuo, então,

$$\bar{z} = \frac{\int \mu_A(x)xdx}{\int \mu_A(x)dx}$$

Essa metodologia nos permitiu realizar um estudo ([2]) a respeito da interação entre pulgões (presas) e joaninhas (predadores) em plantações de citros. O Modelo Presa-predador Fuzzy possui um ciclo limite em torno do equilíbrio (77,5;3,5). A evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo bem como o plano de fase estão presentes na Figura 3.

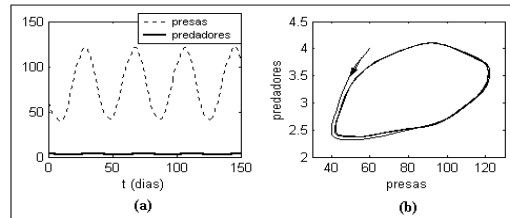


Figura 3: (a) Evolução dos contingentes populacionais de presas e (b) Plano de fase do Modelo Presa-predador Fuzzy estudado em [2] para  $x_0 = 60$  e  $y_0 = 4$

Nosso interesse a seguir, que é o principal objetivo desse trabalho, é estudar a interferência do uso de biocidas na evolução de cada uma das populações de pulgões e joaninhas, tomando como referência os resultados ilustrados na Figura 3.

## O Modelo

O objetivo quando se aplica um biocida em uma plantação é eliminar a praga. É natural que se decida a quantidade de inseticida a ser aplicada um função da quantidade de pulgões presente nas árvores, ou seja, quanto maior a densidade populacional de afídeos, maior a quantidade de biocida necessária. Assim, optamos por modelar a variável quantidade de biocida - *veneno* - por meio de um sistema baseado em regras fuzzy, dependendo da quantidade de pulgões -  $x$ . No caso, temos uma variável de entrada,  $x$ , e uma variável de saída, *veneno*.

Dessa forma, obtem-se a seguinte base de regras:

1. SE ( $x$  é muito baixa) ENTÃO (*veneno* é pouco)
2. SE ( $x$  é baixa) ENTÃO (*veneno* é pouco)
3. SE ( $x$  é média baixa) ENTÃO (*veneno* é pouco)
4. SE ( $x$  é média) ENTÃO (*veneno* é médio)
5. SE ( $x$  é alta) ENTÃO (*veneno* é médio)
6. SE ( $x$  é muito alta) ENTÃO (*veneno* é muito)

A partir do Método de Inferência de Mamdani, combinado com a defuzzificação pelo Centro de

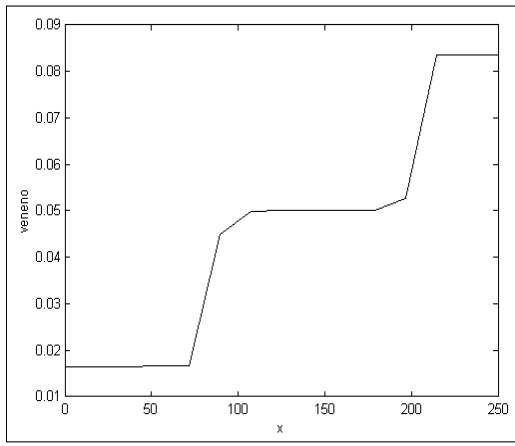


Figura 4: Solução dada pelo controlador fuzzy:  $veneno = veneno(x)$ .

Gravidade, obtemos a curva  $veneno = veneno(x)$  e representada na Figura 4, saída do sistema fuzzy.

O gráfico da Figura 4 ilustra a quantidade de biocida que deve ser aplicada em função da quantidade de pulgões presentes na árvore, ou seja, a partir da densidade populacional de afídeos obtemos, através do controlador fuzzy, a porcentagem das populações de insetos na árvore que será retirada.

Supondo que a aplicação de veneno seja contínua e que uma fração, proporcional ao tamanho de cada uma delas, seja retirada, propomos uma alteração no modelo de interação presa-predador comentado acima. A Figura 5 ilustra o nosso procedimento.

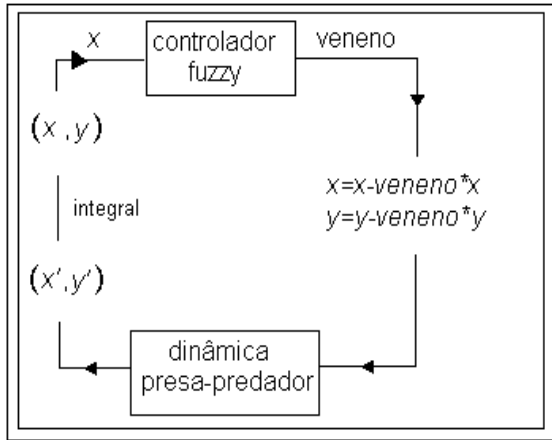


Figura 5: Sistema fuzzy composto pelos dois controladores fuzzy:  $veneno$  e sistema dinâmico.

### Simulações

Nas simulações numéricas procuramos observar as variações das quantidades de presas e de predadores com aplicações contínuas de biocidas. Para isso consideramos a quantidade média de pulgões e joaninhas num ramo de laranjeira. Iniciamos as simulações com um número inicial  $x_0$  de

pulgões e um número inicial  $y_0$  de predadores num ramo da árvore, escolhidos aleatoriamente.

A partir de  $x_0$ , obtemos pelo controlador fuzzy acima o valor da variável  $veneno$ . Daí, é feita a retirada nas populações de presas e de predadores, ou seja, vamos admitir que

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 = x_0 - veneno * x_0, \\ \tilde{y}_0 = y_0 - veneno * y_0. \end{cases} \quad (1)$$

Agora  $\tilde{x}_0$  e  $\tilde{y}_0$  são as variáveis de entrada do Modelo Presa-Predador Fuzzy estudado em [2], ou seja, um modelo do tipo presa-predador, baseado em regras fuzzy, que representa a interação entre pulgões (presa) e joaninhas (predador) no qual as trajetórias parecem convergir para um ciclo limite. Em tal modelo, as variáveis de estado, entradas do sistema, são as quantidades de presas e de predadores. As saídas são as variações das entradas e assim, obtemos os valores de  $x'_1$  e  $y'_1$ , onde em cada instante  $t$ , o número de presas e de predadores é dado pelas fórmulas:

$$\begin{cases} x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t x'(s)ds \\ y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^t y'(s)ds \end{cases} \quad (2)$$

Assim, em cada iteração por (2) fazemos:

$$\begin{cases} x(t_{i+1}) = x(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} x'(s)ds \\ y(t_{i+1}) = y(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} y'(s)ds \end{cases} \quad (3)$$

Para resolver as integrais acima utilizamos a Regra dos Trapézios, já que o sistema fuzzy fornece  $x'$  e  $y'$  em cada iteração  $t_i$ . Assim o sistema (3) passa a ser:

$$\begin{cases} x(t_{i+1}) = x(t_i) + \frac{1}{2}[x'(t_{i+1}) + x'(t_i)] \\ y(t_{i+1}) = y(t_i) + \frac{1}{2}[y'(t_{i+1}) + y'(t_i)] \end{cases} \quad (4)$$

Agora, utilizando (4) e sendo  $t_i = t_0 + i$  e  $t_0 = 0$ , obtemos os valores de  $x$  e  $y$ .

A partir do novo valor  $x_1$ , temos através do controlador fuzzy, a nova quantidade de biocida a ser aplicada e assim sucessivamente, como esquematizado na Figura 5.

A a evolução dos contingentes populacionais de presas e de predadores obtida ao longo do tempo para o modelo presa0predador fuzzy com uso de biocidas, juntamente com o respectivo plano de fase, estão representados na Figura 6.

### Conclusões

Comparando o modelo presa-predador fuzzy para pulgões e joaninhas dado por [2] com o sistema pulgão-joaninha fuzzy com aplicação de veneno dado acima, observações importantes podem ser feitas:

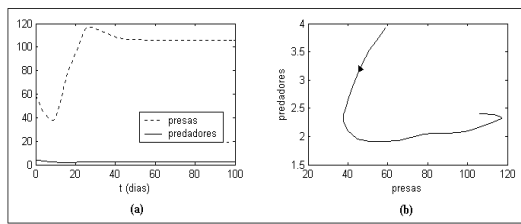


Figura 6: (a) Evolução dos contingentes populacionais de presas e (b) Plano de fase do modelo fuzzy com uso de biocidas para  $x_0 = 60$  e  $y_0 = 4$

- Houve um deslocamento do ponto de equilíbrio de  $(77, 5; 3, 5)$  para  $(105, 76; 3, 18)$ . Isto implica que uma aplicação moderada e constante de veneno faz crescer a população de pulgões e decrescer a de joaninhas no estado de equilíbrio.
- A estabilidade do ponto de equilíbrio foi alterada. Enquanto o modelo presa-predador fuzzy, sem aplicação de veneno, possui um ciclo limite em torno do equilíbrio  $(77,5;3,5)$ , o modelo com veneno deixa de apresentar um ciclo limite e passa a apresentar um equilíbrio assintoticamente estável  $(105, 76; 3, 18)$ .
- As observações acima sugerem que o uso de biocidas em plantações favorece a população de pragas.

## Referências

- [1] Barros, L. C., Bassanezi, R. C., “A vantagem de ser fuzzy: Tópicos em Lógica Fuzzy com aplicações em Biomatemática”- *No prelo*, 2005.
- [2] Peixoto, M. S., “Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um Estudo da Dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo”, Tese de Doutorado, IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, 2005.
- [3] Pedrycz, W, Gomide, F., “An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design”, Massachusetts Institute of Technology, 1998.
- [4] Shaw, I. S., Simões, M. G., “Controle e Modelagem Fuzzy”, Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1999.
- [5] Zadeh, L.A., Fuzzy Sets, *Informat. Control*, 8 (1965) 338-353.