MÉTODO ESPEC-LT PARA O PROBLEMA DE REDISTRIBUIÇÃO DE SOLUTO DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO

Luciana da Silva Azevedo [a] **e Rubén Panta Pazos** [b]
UNISC – Departamento de Matemática,
Av. Independência, 2293, Bairro Universitário,
96815-900, Santa Cruz do Sul, RS,
Telefone: (51) 37177384
e-mail: **a**. azeluciana@yahoo.com.br , **b**. rpazos@unisc.br

O estudo de solidificação é de grande interesse para a Ciência. Por exemplo, o problema da segregação de impurezas durante o processo de solidificação de misturas vem sendo estudado por mais de quadro décadas, mais recentemente, apresentaram soluções analíticas para o problema em questão, porém a solução proposta por esses autores é para um caso especifico, quando o termo de velocidade presente na equação é considerado constante. Neste trabalho, propomos uma solução analítica para o problema de concentração de soluto em regime transiente em que a velocidade na interface é variável.

Considere uma interface plana de solidificação que se encontra inicialmente estacionária.

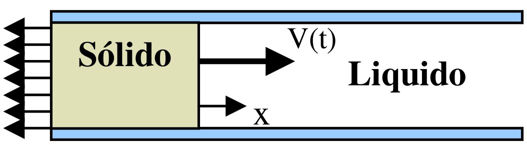

Fig.1. Diagrama para frente de solidificação plana.

A concentração de soluto no líquido C, inicialmente igual a C_i, se altera quando a interface começa a se mover com velocidade de solidificação V e é descrita pela seguinte equação:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - V(t)\frac{\partial C}{\partial x} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \qquad \textbf{(1)}$$

onde t é o tempo, x é a distancia medida no líquido da interface, D é o coeficiente de difusão de soluto no líquido, e V(t) é a velocidade na interface [1, 2].

Inicialmente a concentração do soluto dissolvida no líquido é uniforme e dada por:

$$C(x,0) = C_i \qquad \textbf{(2)}$$

As condições de contorno são expressas como:

$$V(t)\left[C(0,t) - KC(0,t)\right] = -D\frac{\partial}{\partial x}C(0,t), \qquad \textbf{(3)}$$

$$\lim_{x \to \infty} C(x,t) = C_0 \qquad \textbf{(4)}$$

o problema tem solução analítica quando a velocidade da interface V(t) é constante e tem uma solução semi-analítica quando a velocidade é variável então, propomos o seguinte método de solução:

1. Tratamento analítico. A existência e unicidade da solução do problema (1) – (4) está garantida pela teoria de semigrupos fortemente contínuos [3]. Neste caso, $G^t = C(\ldots,t)$.
2. Aplicação do método de colocação espectral [4]**.** expansão em série de polinômios de Legendre em t para C(x,t), e depois tomando momentos, reduzimos o problema a um sistema acoplado de equações numa variável.
3. Aplicação do método de transformadas integrais (transformada de Laplace), na variável restante. Isolando a função transformada por métodos algébricos, aplica-se finalmente a transformada inversa de Laplace, tendo em conta as condições auxiliares.
4. Comparação com os resultados do método de diferenças finitas.

Resultados numéricos e gráficos do método SpecLT (combinação do método de colocação espectral com o método da transformada de Laplace) obtidos mediante o Mathcad, são fornecidos. Também são fornecidos resultados do método de diferenças finitas, visando dar uma comparação entre ambos os métodos.

Referências

[1] R. Byron Bird, Warren E. Stewart, Edwin N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, John Wiley, 2001.

[2] C. Benjapiyaporn, V. Timchenko, E. Leonardi and G. de Vahl Davis, and H. C. de Groh III, "Effects of Space Environment on Flow and Concentration during Directional Solidification", *International Journal of Fluid Dynamics*, 2000, *Vol. 4, Article 3.*

[3] Golstein, Jerome, *Semigroups of Linear Operators and Applications*, Oxford University Press, 1985.

[4] Quarteroni, Alfio and Valli, Alberto, *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1994.