

Modelagem Matemática da Temperatura de Grãos de Soja no Interior de um Silo com Aeração sujeito a Condições de Contorno

Marilene Rizzi Enck*, **Fabiane Avena de Oliveira†**, **Oleg Khatchatourian††**

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUI

Rua São Francisco, 501, C.P. 560,

CEP 98700-000, Ijuí – RS, Brasil

E-mail: marileneenck@hotmail.com, fabiane@unijui.tche.br, olegkha@unijui.tche.br

A variação da temperatura e o teor de umidade da massa de grãos no interior do silo são responsáveis pela qualidade do grão armazenado [3]. Um dos processos utilizados para garantir esta qualidade é o processo de aeração, passagem forçada de ar ambiente pela massa de grãos tendo como o objetivo resfriá-lo [2].

Num trabalho anterior [4] desenvolveu-se um modelo para descrever as curvas de resfriamento de grãos de soja armazenados pela aeração. O modelo matemático pretendeu descrever o estado térmico da massa de grãos a fim de controlar e otimizar as condições térmicas no interior de um silo. A hipótese inicial deste trabalho era que a transferência de calor entre os grãos ocorresse por condução. Um equipamento experimental foi construído para reproduzir as condições existentes num silo, obtendo as curvas de variação da temperatura da massa de grãos.

Neste experimento, o tubo que continha os grãos (simulando o silo), foi isolado termicamente, não permitindo transferência de calor dos grãos armazenados para o ambiente.

No presente trabalho foi adaptado um modelo matemático para determinar as curvas de resfriamento da massa de grãos de soja armazenados em silos sujeitos a aeração e a perdas de calor nas laterais, generalizando os resultados obtidos no trabalho anterior [4]. Além disto, obteve-se experimentalmente curvas de resfriamento dos grãos de soja, variando a velocidade, a temperatura do ar utilizado para a aeração e a temperatura ambiente.

Para testarmos a hipótese de que ocorre transferência de calor da massa de grãos para o ambiente foi realizado um experimento onde grãos de soja aquecidos uniformemente em uma estufa, foram colocados num tubo de PVC de 150 mm de diâmetro (sem isolamento), preenchendo uma coluna de 0,60 m. Sensores de temperatura (termopares) foram colocados ao longo do diâmetro do tubo na altura de 0,15 m e conectados a uma placa de aquisição de dados, coletando dados da temperatura dos grãos a medida que o tempo passava (tempo de amostragem 2

segundos). Os resultados experimentais obtidos são mostrados na figura (1).

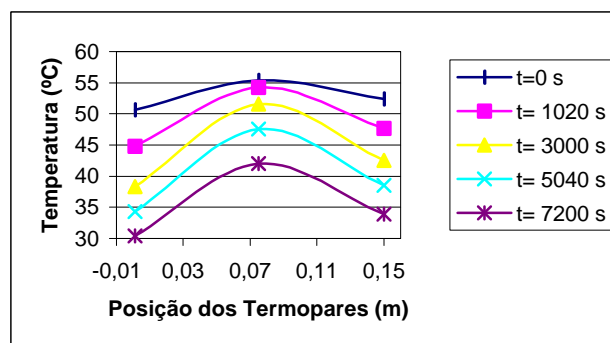


Figura 1: Variação da temperatura em função da posição dos termopares.

A partir dos resultados obtidos para a temperatura pode-se notar que existe uma variação desta ao longo do diâmetro, corroborando a hipótese inicial de haver transferência de calor da massa de grãos para o ambiente pelas laterais do tubo. Pode-se notar também que esta transferência não pode ser desprezada nos modelos teóricos, pois ela é significativa para descrever o estado térmico da massa de grãos ao longo do resfriamento.

Para descrever este resfriamento e suas características considerou-se que o mecanismo de transferência de calor entre os grãos ocorra por condução e resolveu-se a equação do calor em coordenadas cilíndricas para uma barra limitada, obtendo a variação da temperatura em função da posição na coluna de grãos, da posição ao longo do raio e do tempo (duas dimensões)[1]. Nas condições de contorno utilizadas neste trabalho possibilitou-se que ocorra transferência de calor nas laterais e no topo do silo.

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T^*}{\partial r} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T^*}{\partial t}$$

onde $T^*(r, z, t) = T(r, z, t) - T_a$ e T_a é a temperatura ambiente, α é o coeficiente de difusividade térmica da massa de grãos, z é a posição na coluna de grãos e r é a posição ao longo do raio.

Considerando como condições de contorno:

$$T^*(r, 0, t) = 0 \quad (1)$$

$$T^*(r, z, 0) = T_i = T_0 - T_a \quad (2)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial z}(r, z, t) \Big|_{z=L} = -hT^*(r, L, t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial r}(r, z, t) \Big|_{r=R} = -hT^*(R, z, t) \quad (4)$$

onde T_0 é a temperatura inicial dos grãos, L é a altura da coluna de grãos, R é o raio do tubo e h é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

Resolvendo a equação, utilizando o método de separação de variáveis, e substituindo as condições de contorno (eq (3) e eq(4)) tem-se, com λ_n^2 sendo a constante de separação :

$$tg(\mathbf{m}) = -\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} \quad \text{onde} \quad \mathbf{m} = lL \quad \mathbf{r} = hL \quad (5)$$

e

$$J_1(w_k) = \frac{hR}{w_k} J_0(w_k) \quad (6)$$

onde J_1 e J_0 são as funções de Bessel de ordem um e ordem zero, respectivamente e w_k são as raízes da eq.(6).

Como solução para a temperatura encontramos a seguinte expressão final:

$$T = T_a + 4T_i hR \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(p^2 + \mathbf{m}^2) \cdot (1 - \cos(\mathbf{m}))}{\mathbf{m} (h^2 R^2 + w_k^2) [p(p+1) + \mathbf{m}^2] J_0^2(w_k)} e^{-\left(\frac{w_k^2}{R^2} + \frac{\mathbf{m}^2}{L^2}\right) \mathbf{r}} J_0\left(\frac{w_k r}{R}\right) \text{sen}\left(\frac{\mathbf{m} z}{L}\right) \quad (7)$$

Simulações numéricas foram realizadas para este experimento, utilizando a expressão teórica (eq. (7)), obtendo boa concordância com os dados obtidos experimentalmente.

*Aluna do curso de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI

† orientadora

†† co-orientador

Referências:

- [1] Incropera, F. P. and DeWitt, D. P.. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa. LTC, 1998.
- [2] Silva, J. S. Estado da Arte da Secagem e Armazenagem de Grãos no Brasil. Engenharia na agricultura-Série Armazenamento, vol.3, n. 6, 1993, pp. 1-17
- [3] Weber, E. A. Armazenagem Agrícola. Porto Alegre: LA SALLE, 1995.
- [4] Wendt, A.P. Modelagem Matemática do Estado Térmico de Produtos armazenados em Silos com Sistema de Aeração. Dissertação de Mestrado. Ijuí, 2005.