

# Algoritmo para interseção de sólidos Em Planificação de Superfícies

**Nilson Luiz Maziero, Alexandre Perin Chaves<sup>1</sup>**

Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo (UPF)  
Campus1, Km171, BR 285, Bairro São José, Caixa Postal 611, 99001-970, Passo Fundo, RS.  
E-mail: nlm@upf.br

**Neuza Terezinha Oro, Rosana Maria Luvezute Kripka**

Instituto de Ciências Exatas e Geociências, Universidade de Passo Fundo (UPF)  
Campus1, Km171, BR 285, Bairro São José, Caixa Postal 611, 99001-970, Passo Fundo, RS.  
E-mail: neuza@upf.br, rkripka@upf.br.

## Resumo

Para se obter a planificação da superfície da peça resultante da interseção entre sólidos ou entre sólidos e planos, deve-se obter corretamente o resultado da interseção os mesmos. Isto requer conhecimento de processos gráficos, se for obtida por meios manuais, ou conhecimento de processos computacionais adequados que possam realizar esta tarefa automaticamente. Esse trabalho enfoca o desenvolvimento de um algoritmo para a definição da interseção entre sólidos do tipo cilindro e cone em várias posições no espaço. O objetivo é a aplicação do software no projeto de construção de tubulações, que devem ser construídas a partir de chapas. Com as peças modeladas em 3D, representadas através de pontos das seções, o algoritmo determina as linhas de interseção das geratrizes das peças envolvidas e, através da escolha do usuário, identifica em cada peça as superfícies que devem ser retiradas e cria novas peças em 3D resultantes da interseção. A partir de cada peça resultante, após interseção, a planificação da superfície pode ser obtida através da aplicação do algoritmo genérico de planificação desenvolvido pelos autores do presente trabalho. O modelo é implementado em linguagem C/C++ numa estrutura de dados independente, utilizando como plataforma gráfica o AutoCAD 2000.

Palavras-chave: Interseção de superfícies, Caldeiraria, planificação de superfícies, CAD.

## 1. INTRODUÇÃO

A planificação de uma superfície pode ser uma tarefa fácil quando é necessário construir uma peça simples e única, onde sua resolução já está disponibilizada na literatura. No entanto, para se obter a planificação da superfície da peça resultante da interseção entre sólidos ou de sólidos com planos, primeiramente deve-se obter corretamente o resultado da interseção entre as peças, ou entre a

peça e o plano envolvidos. Isto requer conhecimento de processos gráficos, se for obtida por meios manuais, ou conhecimento do manuseio adequado de softwares que possam realizar esta tarefa, caso seja obtida de forma automatizada.

Visando automatizar esse processo os autores do presente trabalho têm desenvolvido um software, que partindo de características básicas da peça, tais como altura, raio, arestas, ângulo de inclinação, calcula as coordenadas espaciais que a representam e posteriormente calcula os pontos planificados correspondentes que definem o contorno da superfície lateral da peça planificada.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Oro et al. [9] apresentam o desenvolvimento de um algoritmo para a planificação de superfícies de corpos cilíndricos e cônicos, utilizando-se para isso do método de triangulação. A partir do sólido modelado em 3D, é mapeada a superfície pelo método de triangulação para obter a planificação da superfície do sólido. A planificação obtida também utiliza o método de triangulação para calcular a posição dos pontos no plano.

O algoritmo elaborado executa a planificação de forma genérica. Uma vez calculada as coordenadas espaciais que definem a superfície lateral da peça a ser planificada, de forma ordenada, o processo de planificação realizado é o mesmo para qualquer superfície lateral considerada. Observa-se que a principal diferença do método proposto e os demais existentes está efetivamente no processo de planificação. O método proposto consiste na planificação de pontos, realizando a transformação de pontos do espaço para o plano. Os demais métodos existentes ([1], [5], [6], [7], [11], [12]), trabalham com procedimentos de planificação específicos para peças específicas.

Pertence [11] apresenta a implementação de um software didático em linguagem Visual Basic que permite obter a planificação de sólidos. Para isso, ele determina expressões matemáticas que resultam da análise das projeções de primitivas básicas tais como cilindros e cones, obtendo-se equações correspondentes

---

<sup>1</sup> Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

às coordenadas nas direções  $x$  e  $y$  das bases superior e inferior e da superfície lateral.

Raj [12] apresenta o desenvolvimento de um algoritmo para planificação de superfícies para dutos complexos, onde desenvolve a solução para o caso do caracol de uma turbina tipo Francis, utilizando como base de modelagem as seções dos dutos.

Os métodos de desenvolvimento manual são apresentados em Araújo [1], Cookson [6] e Lobjois [7]. Já Castro [5] apresenta conceitos matemáticos para solução de planificação de superfícies de peças cilíndricas e cônicas que possuem interseção. Cookson [6] apresenta métodos gráficos para a determinação da interseção de sólidos.

Existe também o software comercial CALDSOFT [4], que permite executar a planificação da superfície de peças predefinidas no sistema. O mesmo não permite a obtenção da planificação de uma peça que possa ser criada a partir de novas definições, ou seja, a partir de uma peça modelada em 3D obter a sua planificação.

Com a utilização desta metodologia, é possível obter o modelo 3D da peça, armazenar as informações e manipulá-las de acordo com a necessidade. Por exemplo, a partir dessas informações, planificar a superfície lateral da peça ou obter as coordenadas para a geração da trajetória de corte para um programa CNC.

Maziero et al. [8] apresenta a metodologia de desenvolvimento da interseção de sólidos por planos oblíquos. Este método permite truncar o sólido e identificar a parte que se deseja obter, representar a parte resultante em 3D, e obter a planificação da superfície da peça resultante. Permite ainda, que a peça resultante possa ser seccionada outras vezes e também possam ser obtidas as planificações das superfícies destas peças resultantes.

Dando continuidade ao desenvolvimento do software 'Planificação de superfícies', elaborado pelos autores do presente artigo, foram pesquisadas e resolvidas as planificações de algumas peças compostas e apresenta-se, nesse trabalho, a modelagem matemática obtida e a implementação do processo de planificação de peças resultantes da interseção entre sólidos cilíndricos ou cônicos.

### 3. METODOLOGIA

Com as peças modeladas em três dimensões e posicionadas no espaço de modo que ocorra a interseção, o aplicativo identifica a situação e resolve o problema.

Nesse trabalho considera-se que as peças em análise estão representadas num sistema de modelamento 3D, onde as informações básicas a respeito da peça tais como altura, raio, arestas, ângulo de inclinação, etc., são conhecidas e podem ser acessadas pelo sistema. Também é necessário

posicionar adequadamente no espaço as peças envolvidas para que ocorra a interseção.

Deste modo, o algoritmo desenvolvido realiza a identificação das interseções das geratrizes de ambos os sólidos e permite a escolha, realizada pelo usuário, dentre os sólidos resultantes, que se deseja utilizar. Em seguida, o aplicativo faz a representação 3D da parte escolhida e permite a aplicação de algoritmos de planificação [9] para a obtenção da planificação da peça desejada, ou outras operações como de seccionamento de peças descritas por Maziero et al. [8].

Como as peças são modeladas em função de suas geratrizes, o algoritmo realiza a verificação dos pontos de interseção entre as geratrizes dos sólidos e determina os limites da respectiva superfície resultante.

A implementação foi realizada com a utilização do software de CAD, AutoCAD 2000, sendo a programação em linguagem C/C++ no ambiente ADS/ARX. A modelagem dos dados foi realizada segundo a metodologia de orientação para objeto [10].

As peças obtidas da interseção são geradas em uma camada (*layer*) automaticamente. Cada nova peça é identificada independentemente das peças anteriores obtidas. As informações de cada peça são armazenadas numa lista de peças, lista que armazena objetos, os quais podem ser identificados individualmente.

## 4. MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática e sua respectiva implementação foram elaboradas para se obter a planificação de peças resultantes de interseções entre superfícies cilíndricas ou cônicas. Especificamente foram consideradas interseções entre peças cilíndricas, peças cilíndrica e cônica, e entre peças cônicas.

As peças são representadas em 3D apenas por conjuntos ordenados de pontos que descrevem suas bases. As ligações entre duas bases circulares formam a superfície lateral de um sólido. As uniões entre pontos de diferentes seções são feitas através das geratrizes. Logo, a interseção de duas geratrizes de dois sólidos diferentes resulta num ponto da curva de interseção das superfícies dos dois sólidos. Com a substituição de uma das seções pela seção dos pontos resultantes da interseção, obtém-se um novo sólido.

### 4.1 Representação das peças

A peça é representada através de duas seções, sendo que cada seção possui uma série de pontos que determinam a forma da seção. Na Figura 1 está representado, em 3D, dois cilindros interseccionados, conforme a metodologia descrita. Desta forma, pode-se ver os pontos das seções e as geratrizes unindo os pontos de duas seções para formarem uma peça.

As peças são armazenadas através de listas de objetos, as quais permitem, através de funções de busca, identificar quais as peças envolvidas e as informações referentes a cada uma para que com a aplicação do devido algoritmo, possam ser identificados os pontos de interseção na superfície da peça.

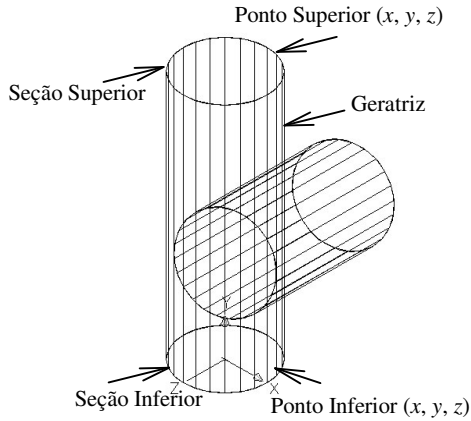


Figura 1: Exemplo de representação espacial de peças e representação da interseção em 3D.

#### 4.2 Interseção entre peças

A determinação da interseção entre duas peças no espaço consiste na determinação da interseção das geratrizes de uma das peças com relação a superfície da outra peça.

A interseção é definida inicialmente identificando qual a peça seccionadora (cilindro vertical, Figura 2) e qual a peça seccionada (cilindro oblíquo, Figura 2).

Com a definição destas duas entidades, o algoritmo gera o corte na peça seccionada a partir da identificação da peça seccionadora. Se a peça seccionadora é um cilindro, a entidade geométrica geradora do corte é um círculo de raio constante (Ver Figura 3). Se a peça seccionadora é um cone, a entidade geométrica geradora do corte também é um círculo, porém possui um raio variável, que deve ser determinado em função da posição que a geratriz da peça a ser seccionada toca a superfície cônica (Ver Figura 4).

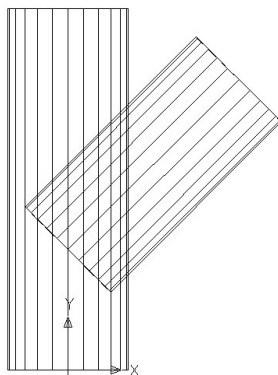


Figura 2 – Representação da Vista lateral da Interseção entre peças.

#### 4.3 Algoritmo de Interseção

O algoritmo se baseia na descrição de duas entidades básicas, retas e círculos. As retas são as geratrizes que formam a superfície da peça a ser seccionada, e os círculos pertencem a superfície seccionadora, os quais podem ser de raio constante ou variável, dependendo se são superfícies cilíndricas ou cônicas.

Na Figura 3 está representada a interseção entre um cilindro definido pelo centro  $C(h,k)$  e o raio  $R$ , e uma reta definida por dois pontos  $P1$  e  $P2$ . Os pontos de interseção  $I1$  e  $I2$  são resultantes da interseção entre o círculo e a reta. No plano  $xy$  está representada a vista superior do cilindro, e no plano  $xz$  temos a representação da vista frontal do cilindro, onde os pontos de interseção ( $I1$  e  $I2$ ) são representados com as respectivas coordenadas de cada plano.

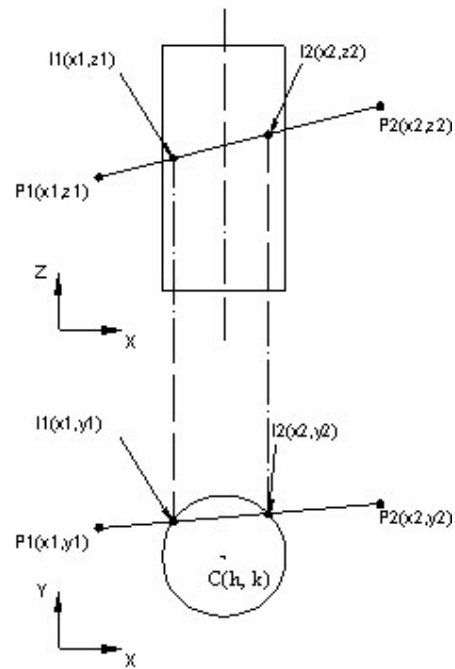


Figura 3 –Vistas de Interseções entre um cilindro e uma reta

Isolando estas equações em  $x$  e  $y$  e substituindo na equação da circunferência (Equação 5), obtém-se a solução das coordenadas dos pontos desejados, os pontos de interseção  $I1$  e  $I2$ .

A equação da reta que passa por dois pontos no plano no plano  $xz$ :

$$\frac{x - x1}{x2 - x1} = \frac{z - z1}{z2 - z1} \quad (1)$$

que resulta uma equação tipo:

$$Ax + Bz + C = 0 \quad (2)$$

onde:  $A = z2 - z1$   
 $B = x1 - x2$

$$C = x_1z_1 - x_1z_2 + z_1x_2 - z_1x_1$$

e no plano  $xy$  é dada por :

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad (3)$$

que resulta uma equação tipo:

$$Dx + Ey + F = 0 \quad (4)$$

onde:  $D = y_2 - y_1$

$$E = x_1 - x_2$$

$$F = x_1y_1 - x_1y_2 + y_1x_2 - y_1x_1$$

a equação da circunferência no plano  $xy$  é:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2 \quad (5)$$

A determinação do ponto de interseção  $I_2$  permite construir a peça resultante do lado direito. Como uma peça é definida na sua superfície por uma série de geratrizes, a solução de cada geratriz cortada pelo cilindro resulta na seção de interseção. Como o raio para um cilindro é constante, a mesma equação permite encontrar os dois pontos de interseção, que são as raízes da equação da circunferência, que é uma equação do segundo grau.

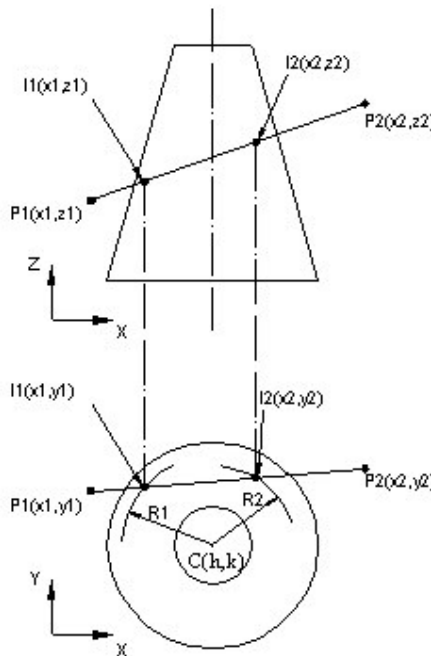


Figura 4 – Vistas de Interseções entre um tronco de cone e uma reta

No caso da interseção com cones ou troncos de cones (Figura 4), a solução se torna um pouco mais complexa, pois as circunferências que compõem a superfície cônica são variáveis em função da altura

do tronco de cone. Logo, para cada variação da altura, deve-se determinar os raios das circunferências  $R_1$  e  $R_2$  de interseção, definidos para uma mesma reta nos pontos  $I_1$  e  $I_2$ .

Para definição dos pontos, é necessário equacionar a conexidades, que é dada em função do diâmetro maior do tronco de cone ( $D$ ) e de sua altura ( $H$ ) (Figura 5). Por relação de semelhança de triângulos, pode-se obter a seguinte expressão:

$$z = H - \frac{2.H.R}{D} \quad (6)$$

a qual permite deduzir a coordenada  $z$  do ponto de interseção conhecendo-se o raio  $R$  da circunferência de interseção. Substituindo esse valor nas equações anteriores é possível deduzir as coordenadas  $x$  e  $y$ .

A determinação dos pontos de interseção está condicionada a identificação da peça seccionadora, se é um cilindro ou um cone. A identificação do tipo de peça pode ser feita facilmente pois, ao ser criada a peça em 3D, o sistema registra se a peça básica é um cilindro ou um cone em função da solicitação inicial [8].

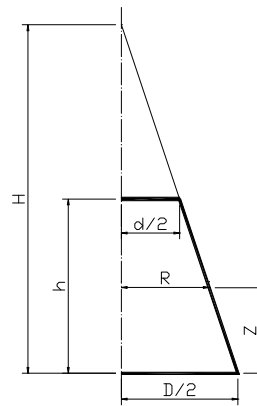


Figura 5 – Definição da geratriz do cone.

#### 4.4 Geração da nova peça

Com a determinação dos pontos de interseção, uma das seções da peça é substituída pelos pontos resultantes da interseção. Deste modo, uma nova peça é obtida, sendo esta introduzida na lista de peça, podendo ser novamente manuseada, como por exemplo, sofrer uma nova interseção ou gerar a planificação da superfície que se deseja.

#### 4.5 Obtenção da planificação

A obtenção da planificação consiste da aplicação do algoritmo desenvolvido por Oro et al. [9], que a partir dos pontos das seções que compõem a peça, determina-se os pontos que definem o contorno da superfície planificada.

### 5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Os exemplos a seguir correspondem a interseção de peças básicas, como cilindros ou cones. O processo

consiste em definir duas peças que deverão ser interseccionadas, as quais são geradas pelo aplicativo de planificação. As peças devem ser posicionadas no espaço 3D de modo que representem a situação desejada. Para realizar a operação de interseção, primeiramente deve-se identificar a peça seccionadora e a peça que sofrerá o seccionamento. Finalmente, deve ser indicado um ponto onde deve ser gerada a nova peça, que pode ser na posição original, ou numa nova posição.

### 5.1 Interseção entre cilindros

As Figuras 6, 7 e 8 apresentam o processo para a obtenção da interseção entre dois cilindros e a planificação da peça seccionada. A Figura 6 apresenta a montagem em 3D dos dois cilindros que sofrerão interseção. Já a Figura 7 apresenta uma vista lateral das peças mostrando a situação em que ocorrem.

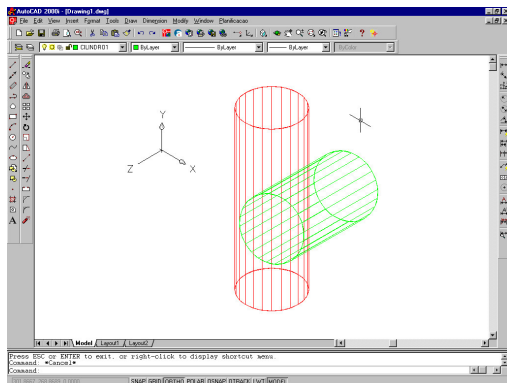


Figura 6– Disposição em 3D dos cilindros na interseção.

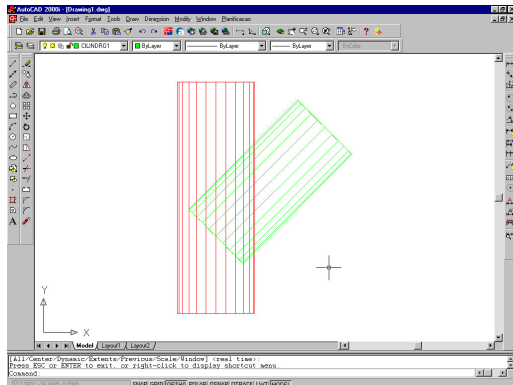


Figura 7 - Vista lateral da interseção dos cilindros.

O cilindro vertical é considerado o cilindro seccionador, que no caso será escolhido para seccionar o cilindro oblíquo.

A Figura 8 mostra o resultado da interseção, onde o cilindro oblíquo foi cortado pelo cilindro disposto na vertical, o resultado da interseção e a planificação do cilindro resultante.

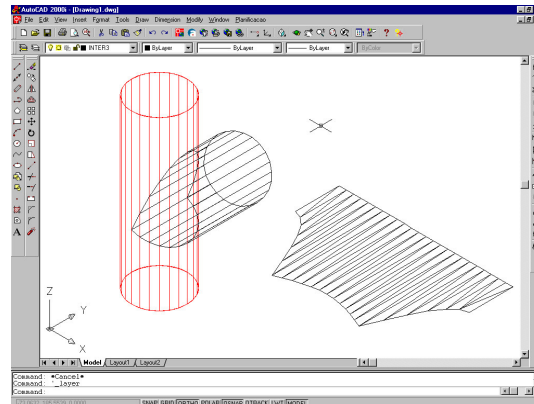


Figura 8 – Conjunto e planificação do cilindro seccionado.

### 5.2 Interseção entre troncos de cones

As Figuras 9, 10 e 11 apresentam o processo para a obtenção da interseção entre dois troncos de cone e a planificação da peça seccionada. Sequência semelhante descrita para o caso anterior dos cilindros.

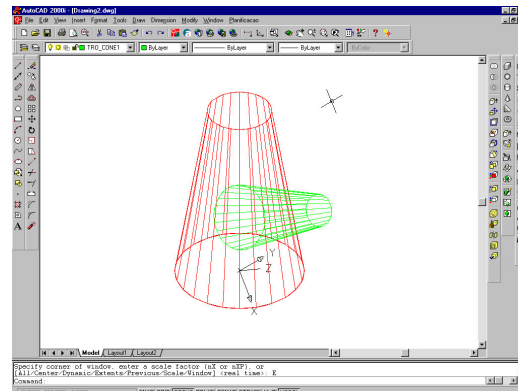


Figura 9– Disposição em 3D dos troncos de cone na interseção.

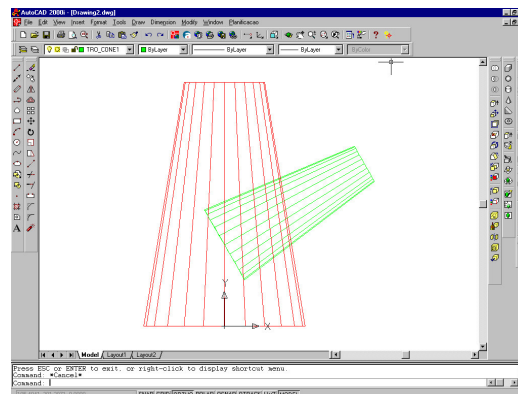


Figura 10 – Vista lateral da interseção dos troncos de cone.

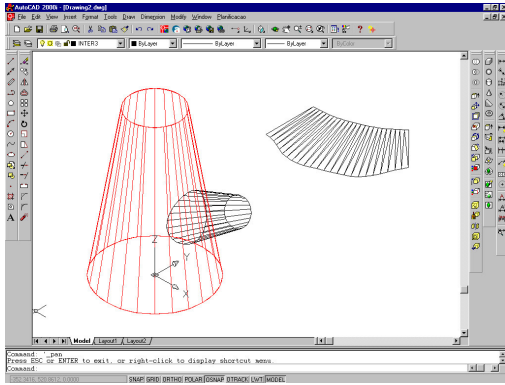


Figura 11 – Conjunto e planificação do tronco de cone seccionado

## 6. CONCLUSÕES

Na atual implementação, foi determinada a seção resultante na peça seccionada, ou seja, a peça que sofre o corte total de uma parte. A peça seccionadora, na qual deve resultar o contorno da seção de perfuração, não foi ainda resolvida, pois é necessário definir como representar a seção resultante no modelo orientado para objeto. Isto se deve à forma como ele deve ser planificado, o que ainda não está totalmente definido.

O resultado da curva de interseção se mostrou correta através da comparação do modelo gerado com o método gráfico. Com relação à montagem do problema em 3D, surgem algumas dificuldades frente ao método utilizado pelo software de CAD, o qual não é muito amigável com relação ao tratamento em 3D.

O trabalho deve prosseguir com a implementação da representação da seção na peça seccionadora e a obtenção da planificação da mesma.

## 7. AGRADECIMENTOS

A Universidade de Passo Fundo, pelo apoio ao projeto de pesquisa em desenvolvimento junto a Faculdade de Engenharia e Arquitetura e ao Instituto de Ciências Exatas e Geociências. Ao CNPq pela bolsa de Iniciação Científica.

## 8. REFERÊNCIAS

- [1] E. C. Araújo, “Curso Técnico de Caldeiraria”, Hemus, São Paulo, 1976.
- [2] AUTODESK INC., “AutoCAD Development System: programmer's reference”, Manual. 1, AutoDESK, ed. USA, 1992.
- [3] Autocad ADS
- [4] CALDSoft: software comercial para planificações em caldeiraria industrial. Disponível em: <http://www.caldsoft.com.br/cald/> Acesso em: 02 abril 2003

- [5] M. M. O. Castro, “Método Analítico para Planificação de Interseções entre Superfícies Cilíndricas e Cônicas”. Universidade Federal Fluminense EDUFF, Niterói, 1991. v. 1 e 2, 628 p.
- [6] W. Cookson, “New Methods for Sheet Metal Work”, The Technical Press, Londres, 1964, 227 p.
- [7] CH. Lobjois, “Desenvolvimento de Chapas”, Hemus, São Paulo, 1977, 309p.
- [8] N. L. Maziero, N. T. Oro, R. M. L. Kripka, Planificação de superfícies: seccionamento de peças. XXIV IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, Ouro Preto/MG – Brazil, 2003.
- [9] N. T. Oro, R. M. L. Kripka, N. L. Maziero, Modelagem e Resolução do Processo de Planificação de Sólidos. Seleta do XXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (XXIICNMAC) - Tema - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, vol. I (2000), 201-214.
- [10] G. Perry, “Programação orientada para objeto com turbo C++”, Berkeley, Rio de Janeiro, 1994.
- [11] A. E. Pertence, L. M. L. de Mello Júnior. Desenvolvimento de um programa didático para cálculo automatizado do processo de planificação de superfícies, *Revista de Ensino de Engenharia*, v.19, n.1 (2000), 11-17.
- [12] S. V. P. Raj, Evolution of Generic Mathematical Models and Algorithms for the Surface Development and Manufacture of Complex Ducts, *Journal of Engineering for Industry*, ASME, v.117 (maio 1995), 177-185,.