Métodos de Subespaços de Krylov em Problemas de Engenharia

Rubén Panta Pazos

Departamento de Matemática, **UNISC**,
Av. Universitária, 2293,
96815-900, Santa Cruz do Sul, RS.
E-mail: rpazos@unisc.br , rpp@impa.br

Os problemas de valores na fronteira envolvendo equações em derivadas parciais são freqüentes em diversas aplicações da engenharia. Além disso, alguns métodos numéricos permitem aproximar tais problemas mediante esquemas discretos que podem ser resolvidos com os chamados métodos de subespaços de Krylov, onde gera-se o espaço

$$K^n(b) = Sp\{b, A(b), A^2(b), \ldots, A^{n-1}(b)\}, \quad (1)$$

a partir de um vetor b dado. Com certeza, o esquema discreto é derivado após aplicar um método numérico ou híbrido analítico-numérico. Métodos tais como o Gradiente Conjugado, ou o GMRES (Generalized Minimal Residual Method), são parte da família dos Métodos de Subespaços de Krylov [1].

Neste trabalho são apresentados os métodos de subespaços de Krylov, desenvolvendo dois problemas da engenharia, um de elasticidade, outro da teoria de transporte. No primeiro caso, trata-se do problema de deformação de um conjunto convexo submetido à ação de forças externas que admite solução semi-analítica mediante métodos da transformação conforme computacional (TCC).

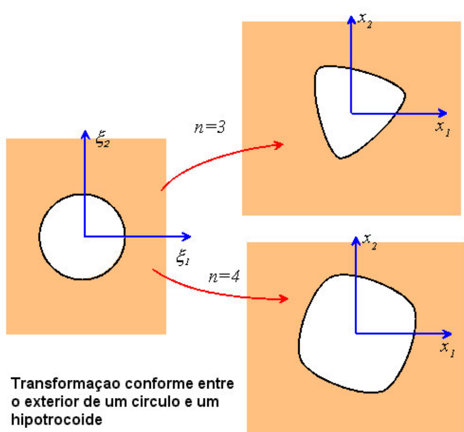

Fig.1. Transformação conforme do exterior do disco unitário com o exterior de uma geometria convexa.

Na figura, aplica-se a transformação dada por,

$$m(\zeta) = R\left(\zeta + \frac{\rho}{\zeta^n}\right), \quad com \quad n = 3, 4.$$

Também, podem ser empregadas transformações generalizadas de Joukowski.

No caso do transporte de partículas neutras trata-se do problema bi-dimensional estacionário com condições na fronteira vácuas e de reflexão sobre um retângulo, problema que possui soluções de dois tipos, uma mediante a aplicação do método híbrido espectral com transformada de Laplace (Spec-LT) [3] e outra pelo método nodal com transformada de Laplace (Nodal-LT) [2], que servem para comparação.

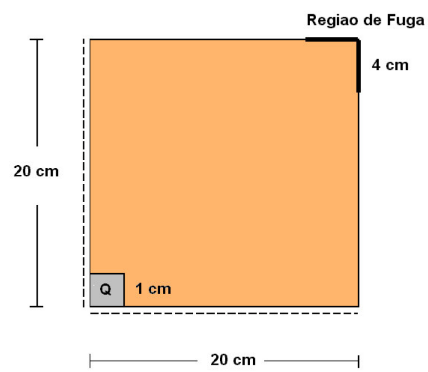

Fig. 2. Geometria do problema de transporte 2D.

Neste trabalho aplica-se o método totalmente discreto visando representar as duas técnicas, a de Gradiente Conjugado e o GMRES.

São fornecidos resultados para os dois problemas, obtidos com um sistema de computação algébrica. De outro lado, é esboçada a análise de convergência em cada caso.

Referências

1. Barrett, R.; Berry, M.; Chan, T. F.; Demmel, J.; Donato, J.; Dongarra, J.; Eijkhout, V.; Pozo, R.; Romine, C.; and Van der Vorst, H. *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*, 2nd ed. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
2. Hauser, E. B. ; Pazos, R. P; Vilhena, M.T., "An error bound estimate and convergence of the nodal LTSn solution in a rectangle", *Annals of Nuclear Energy*, vol **32**/10, pp 1146-1156, 2005.
3. Pazos, R.P.; Thompson, M; Vilhena, M.T., "Error Bounds for Spectral Collocation Meted for the Linear Boltzmann Equation", *International Journal of Computational and Numerical Analysis and Applications*, Bulgaria, v **1**, n 3, pp 237-268, 2002.