

Tecnologias de Informação e Comunicação no Estudo de Temas Matemáticos

Silvia Cristina F. Batista **Gilmara Teixeira Barcelos**
Flávio de Freitas Afonso¹

Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos – CEFET-Campos
Coordenação de Ciências da Natureza e Matemática
Campos dos Goytacazes, RJ
E-mail: silviac@cefetcampos.br, gilmarab@cefetcampos.br,
fafonso@es.cefetcampos.br

Resumo

Neste artigo relata-se, resumidamente, como tem sido desenvolvido, no âmbito do projeto de pesquisa “Tecnologias de Informação e Comunicação no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática”, o estudo de alguns temas matemáticos, utilizando Tecnologias de Informação e Comunicação. Define-se o contexto descrevendo, brevemente, a proposta do referido projeto e o trabalho desenvolvido com professores e licenciandos em Matemática. Relata-se o estudo dos temas e, para tanto, algumas atividades sobre Funções, Sistemas Lineares, Poliedros e Geometria Plana são exemplificadas e comentadas.

Palavras-chave: Tecnologias de Informação e Comunicação, Ensino e Aprendizagem, Matemática.

1. Introdução

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) podem ser bons recursos didáticos, se forem selecionadas e utilizadas adequadamente. Estas tecnologias podem ser usadas como meio de lutar contra o insucesso escolar, motivando os alunos, permitindo-lhes revelar melhor seus talentos, além de facilitar o acesso a informações [4].

Para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, as TIC podem oferecer uma grande contribuição, à medida que: i) reforçam o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação; ii) relativizam a importância do cálculo; iii) permitem a manipulação simbólica [3].

O projeto de pesquisa “Tecnologias de Informação e Comunicação no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática”, desenvolvido no CEFET-Campos/RJ desde setembro de 2003, vem propondo o estudo de temas matemáticos utilizando TIC, principalmente *softwares* educacionais.

O objetivo do referido projeto é incentivar o uso consciente e crítico das TIC como recurso didático.

Visa-se incentivar práticas pedagógicas mais coerentes com a Sociedade da Informação e colaborar, assim, para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse sentido, diversos minicursos para professores e licenciandos em Matemática têm sido realizados. Nestes são desenvolvidas atividades relacionadas a temas matemáticos do Ensino Médio, utilizando *softwares* educacionais. O objetivo é mostrar aos participantes reais possibilidades de uso dos *softwares*. Como defendido por Fagundes [2], é fundamental que a preparação de professores para o uso de tecnologias ofereça a estes experiências de aprendizagem com as mesmas características das que deverão proporcionar aos alunos. As atividades trabalhadas nos minicursos têm este propósito.

Busca-se trabalhar sempre com *softwares* de fácil utilização e, de preferência, gratuitos, de forma a facilitar o uso nas escolas públicas. Os *softwares* utilizados nos referidos minicursos foram, inclusive, avaliados quanto à qualidade, segundo a metodologia de avaliação de *softwares* de Matemática SoftMat [1]. Tais avaliações, sugestões de atividades para os *softwares* e outras informações estão disponíveis em www.cefetcampos.br/softmat - repositório virtual SoftMat.

Este artigo descreve, resumidamente, como tem sido desenvolvido o estudo de certos temas matemáticos, no âmbito do projeto de pesquisa mencionado. Para tanto, encontra-se estruturado em 5 seções além desta introdução. As seções 2, 3, 4 e 5 descrevem, respectivamente, as propostas de estudo dos temas Funções, Sistemas Lineares, Poliedros e Geometria Plana. A seção 6 apresenta algumas considerações finais sobre o uso das TIC no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

2. Estudo de Funções

No estudo de funções, os *softwares* Winplot e Graphmática têm sido utilizados. O Winplot é um *software* gratuito, de autoria de Richard Parris, traduzido

¹ Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

para o português (do Brasil), pelo professor Adelmo Ribeiro de Jesus. Trata-se de um programa gráfico de propósito geral, que permite o traçado e animação de gráficos em 2D e em 3D, através de diversos tipos de equações. Encontra-se disponível em <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>.

O Graphmática é um *software shareware*, de autoria de Keith Hertzner, traduzido para o português (de Portugal), por Carlos Malaca. Trata-se de um programa gráfico de propósito geral, permitindo o traçado de gráficos em 2D. Uma versão avaliativa (completamente funcional) encontra-se disponível em www107.pair.com/cammsoft/graphmatica.html.

Inicialmente, nas oficinas pedagógicas, são realizadas atividades de reconhecimento do *software*. A seguir, são realizadas atividades visando a construção de conhecimentos matemáticos. O objetivo é permitir que professores e licenciandos participantes conheçam os *softwares* e reais possibilidades de uso destes, em situação de aprendizagem semelhante a que vivenciará com seus alunos.

No estudo de funções de 1º grau utilizamos o Graphmática. Analisamos, além de tópicos tradicionalmente abordados pelos livros didáticos (domínio, imagem, coeficientes angular e linear, entre outros), posições relativas de duas retas no plano (retas que representam funções de 1º grau). São propostas atividades como a apresentada no Quadro 1.

Os coeficientes, em cada item da atividade do Quadro 1, são escolhidos pelos participantes. Isto permite uma variedade de exemplos (um de cada participante ou dupla de participantes), que obedecem à condição imposta em cada item e conduzem a uma mesma posição relativa das retas, facilitando, assim, o estabelecimento de algumas conjecturas.

A discussão das respostas apresentadas pelos participantes permite conjecturar posições entre retas no plano, a partir da análise dos coeficientes. Ressaltamos que há sempre o cuidado de alertar os participantes para o fato de que a quantidade de exemplos analisada, mesmo que em grande número, não é suficiente para provar o que está sendo discutido. Porém, de maneira geral, os recursos oferecidos pelos *softwares*, quando bem trabalhados, favorecem uma melhor compreensão do tema abordado.

Construa, no mesmo plano cartesiano, os gráficos das duas funções do 1º grau de cada item. A lei de cada função será determinada por você, de acordo com os critérios apresentados. Observando as retas construídas em cada item, determine a posição relativa das mesmas:

- As duas funções deverão ter coeficientes angulares iguais e coeficientes lineares distintos.
- As duas funções deverão ter coeficientes angulares iguais e, também, coeficientes lineares iguais.
- As funções deverão ter coeficientes angulares diferentes e coeficientes lineares quaisquer (iguais ou diferentes).
- O coeficiente angular de uma das funções deverá ser o oposto do inverso do coeficiente angular da outra. Em ambas funções o coeficiente linear poderá ser qualquer número real.

Quadro 1: Atividade – Função de 1º Grau – Graphmática

Com o Winplot estudamos funções de 2º grau, analisando, além dos tópicos tradicionalmente abordados por livros didáticos (domínio, imagem, concavidade, crescimento e decrescimento, entre outros), transformações gráficas. São propostas atividades como a apresentada no Quadro 2.

Comparação da função $y = x^2$ com as funções da forma $y = x^2 + p$, sendo $p \in \mathbb{R}$

- Utilizando o Winplot, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano.

1.1 $y = x^2$	1.4 $y = x^2 - 3$
1.2 $y = x^2 + 2$	1.5 $y = x^2 - 1$
1.3 $y = x^2 + 4$	
- Determine as coordenadas do vértice e o conjunto imagem de cada uma das parábolas esboçadas.
- Utilizando o Winplot, esboce o gráfico da função $y = x^2$ e da família de funções $y = x^2 + p$ ($p \in \mathbb{R}$). Explícite o intervalo escolhido para o parâmetro.
- Utilizando o Winplot, esboce o gráfico da função $y = x^2$ e anime o gráfico das funções do tipo $y = x^2 + p$ ($p \in \mathbb{R}$).
- Analisando o que foi realizado nos itens anteriores, descreva a transformação que o parâmetro p , das funções da forma $y = x^2 + p$ ($p \in \mathbb{R}$), causa sobre o gráfico da função $y = x^2$?

Quadro 2: Atividade – Função de 2º Grau – Winplot

Por exemplo, para o item c da atividade do Quadro 2, temos a Figura 1, que foi construída utilizando o Winplot.

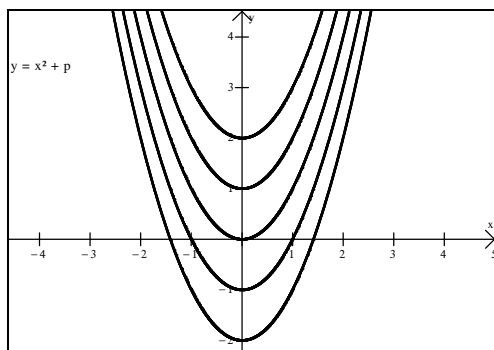


Figura 1: Família de Parábolas

Na Figura 1 temos o gráfico da função $y = x^2$ e quatro outros gráficos obtidos por translações verticais deste. Em outras atividades também são analisadas translações horizontais, contrações e expansões verticais uniformes e reflexões em torno do eixo x .

Cada transformação gráfica é estudada, inicialmente, de forma isolada (como na atividade do Quadro 2). Posteriormente são trabalhadas funções do 2º grau cujos gráficos, para serem obtidos a partir do gráfico da função $y = x^2$, requerem mais de uma transformação gráfica. Todo o trabalho é feito explorando a forma canônica da função do 2º grau.

Estudo envolvendo transformações gráficas, como o descrito para as funções de 2º grau, pode ser feito com outras funções. Já desenvolvemos, em minicursos, trabalho semelhante com Funções Modulares e Trigonométricas.

Destacamos que, utilizando o Graphmática também seria possível construir “família” de funções, tais como a apresentada na Figura 1. O Winplot permite, além disso, fazer animações gráficas (item d da atividade do Quadro 2).

Ao trabalharmos dois *softwares* no estudo de Funções, ambos com a mesma finalidade, visamos, justamente, permitir comparações entre os mesmos, através da análise das potencialidades de cada um. Dessa forma, objetivamos contribuir para o desenvolvimento de posturas críticas na seleção de um *software* educacional, incentivando a busca pelo recurso que melhor atenda aos objetivos educacionais pretendidos.

3. Estudo de Sistemas Lineares

Temos analisado graficamente sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas e sistemas lineares de 3 equações e 3 incógnitas e, para tanto, temos utilizado o Winplot, que permite um trabalho em 2D e 3D.

A princípio é solicitado aos participantes que, com auxílio do Winplot, representem geometricamente sistemas lineares apresentados. A partir da análise destas representações, os sistemas são classificados em: i) possível e determinado; ii) possível e indeterminado; iii) impossível.

No trabalho com sistemas lineares de 2 equações e 2 incógnitas, fazemos uma associação com o que foi visto no estudo de funções de 1º grau (posições relativas entre retas no plano) e acrescentamos outras retas.

Com auxílio de material impresso, é mostrado que são 3 as possíveis posições relativas de 2 retas no plano e 8 as posições relativas possíveis de 3 planos no espaço, e que existem condições algébricas assegurando cada situação. Assim, são realizadas atividades como a descrita na Quadro 3.

Em cada item, monte um sistema linear atendendo às condições dadas e, utilizando o Winplot, verifique se o sistema elaborado realmente corresponde ao que foi pedido:

- um sistema linear de 2 equações e 2 incógnitas cuja representação gráfica seja um par de retas concorrentes (sistema possível e determinado);
- um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos paralelos (sistema impossível);
- um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas cuja representação gráfica seja composta de 3 planos concorrentes em um único ponto (sistema possível e determinado).

Quadro 3: Atividade – Sistemas Lineares – Winplot

A Figura 2 exemplifica uma resposta para o item b da atividade do Quadro 3. Esta figura foi construída utilizando o Winplot.

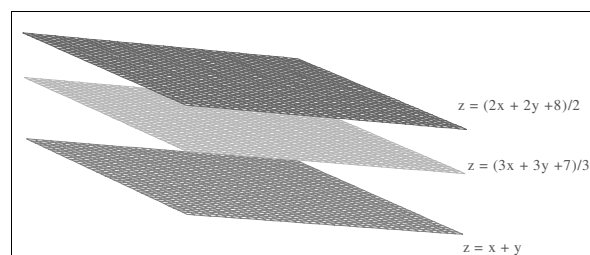


Figura 2: Sistema Impossível

Embora o Winplot permita trabalhar com equações na forma implícita, consideramos que a forma explícita permite melhor visualização e, portanto, a utilizamos. É válido ressaltar que o *software* permite rotacionar os planos de forma que o usuário obtenha a vista que melhor permita classificar o sistema.

Atividades como esta permitem a associação entre a resolução algébrica e a geométrica, favorecendo uma melhor compreensão do assunto. Esta abordagem não é comum de ser encontrada em livros de Ensino Médio e, conseqüentemente, é desconhecida por muitos. Os participantes dos minicursos têm demonstrado bastante interesse nesse estudo, afirmando, muitas vezes, que só através da resolução geométrica compreenderam a resolução algébrica.

4. Estudo de Poliedros

No estudo de Poliedros temos trabalhado com o *software* Poly, um programa *shareware* que permite o reconhecimento e análise de diferentes poliedros convexos. A empresa Pedagogy Software Inc. é responsável pelo mesmo e disponibiliza-o em <http://www.peda.com/poly/>, em uma versão avaliativa completamente funcional.

O *software* permite visualizar poliedros convexos, planificá-los e rotacioná-los. Os poliedros são apresentados nas categorias: platônicos, sólidos de Arquimedes, prismas e anti-prismas, sólidos de Johnson, deltaedros, sólidos de Catalan, dipirâmides e deltoedros, esferas e domos geodésicos.

Os livros didáticos do Ensino Médio, em geral, não contemplam todas essas categorias. Normalmente, destas, apenas os poliedros platônicos e os prismas são estudados nesse nível de ensino. Dessa forma, a utilização do referido *software* educacional permite uma análise mais aprofundada do tema, possibilitando ir além dos aspectos tradicionalmente abordados.

Uma apostila, com referencial teórico sobre as categorias de poliedros contempladas pelo Poly (com exceção das esferas e domos geodésicos, pois o estudo destes ainda está em andamento), é trabalhada juntamente com o *software*, explorando os recursos do mesmo. A referida apostila foi preparada no âmbito do projeto de pesquisa. O Quadro 4 apresenta uma atividade realizada durante um minicurso de poliedros.

Durante os minicursos, além dos poliedros apresentados pelo Poly, analisamos os de Kepler-Poinsot, que não são convexos. Além disso, todo o estudo de poliedros é sempre complementado por visitas a *sites*² relacionados ao tema. Isto contribui, ainda, para o aprimoramento das habilidades de navegação na *Internet*, de alguns participantes dos minicursos.

Os participantes, em geral, demonstram bastante

interesse pelo tema. Para muitos, o minicurso tem possibilitado o primeiro estudo dos sólidos de Arquimedes, anti-prismas, sólidos de Johnson, deltaedros, sólidos de Catalan, dipirâmides e deltoedros.

Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em **Sólidos de Arquimedes**. Na tela já aparecerá um **Tetraedro Truncado**. Observe que este sólido é composto de 4 triângulos equiláteros e 4 hexágonos regulares.

- Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.
- Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.
- Observe o sólido e sua planificação e verifique se seus resultados estão corretos.

Quadro 4: Atividade – Poliedros – Poly

A Figura 3 apresenta um tetraedro truncado e sua planificação. Ambas representações foram construídas utilizando o Poly.

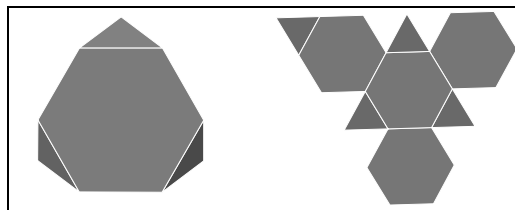


Figura 3: Tetraedro Truncado

A possibilidade, oferecida pelo *software* Poly, de facilmente montar, planificar e rotacionar sólidos, favorece uma melhor compreensão do tema em estudo.

5. Estudo de Geometria Plana

No estudo de geometria plana temos utilizado o *software* *Régua e Compasso*. Trata-se de um *software* livre, de autoria de René Grothmann, traduzido para o português (do Brasil) por Alexandre Soares. O programa possibilita o trabalho com construções geométricas que podem ser alteradas movendo um dos pontos básicos, permitindo a preservação das propriedades originais (Geometria Dinâmica). É possível fazer *download* e encontrar informações diversas sobre este *software* em http://www.khemis.hpg.ig.com.br/car/index_pt.html.




Foi elaborada, no âmbito do projeto de pesquisa, uma apostila com atividades abordando vários tópicos de geometria plana, de forma a mostrar diversas possibilidades de uso do *software*. O Quadro 5 apresenta um exemplo de atividade.

² <http://www.atractor.pt/mat/fr-in.htm>;

<http://users.erols.com/quantime/Archimedean.html>;

<http://mathworld.wolfram.com/Kepler-PoinsotSolid.html>

Atividade

- Trace um segmento de reta.
- Trace uma reta paralela ao segmento traçado.
- Ative a ferramenta .
- Utilizando a ferramenta  construa um triângulo de tal forma que um de seus vértices pertença ao segmento e os outros dois pertençam à reta.
- Utilize a ferramenta  e “anime” o vértice pertencente ao segmento (sobre o próprio segmento).
- Descreva o que você observou.

Quadro 5: Atividade – Geometria Plana – Régua e Compasso

Como solução para a atividade do Quadro 5, teríamos, por exemplo, a Figura 4 (construída no Régua e Compasso), na qual o número indicado é a área do triângulo ABC. O Régua e Compasso permite visualizar a movimentação do ponto A pelo segmento \overline{PQ} . Assim, é possível perceber que todos os triângulos ABC visualizados possuem a mesma área, uma vez que a base é a mesma em todos os triângulos e as alturas são sempre congruentes.

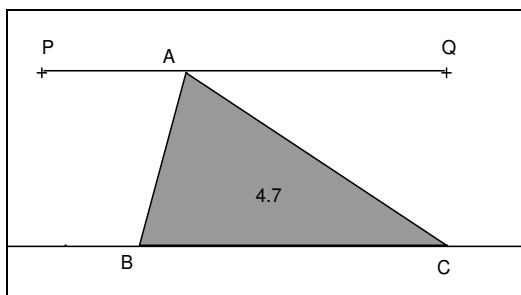


Figura 4: Área de Triângulo

A mediação do professor, durante a realização das atividades, deve incentivar a busca por explicações para o que está sendo empiricamente constatado. Resgata-se, assim, o caráter investigativo, algo que tem sido, em geral, desconsiderado nas aulas de Matemática.

6. Considerações Finais

Uma crítica freqüente ao uso das TIC na Matemática é a possibilidade de atrofiar certas habilidades, como, por exemplo, a agilidade no cálculo mental. Porém, em contrapartida, as TIC

permitem explorar outras habilidades, como visualização e simulação, além de possibilitar a formulação de conjecturas. Em geral, os benefícios e os malefícios das TIC não são intrínsecos às mesmas, mas estão associados à forma como são utilizadas no contexto educativo.

Ao descrevermos as atividades visamos compartilhar, com outros profissionais da área, experiências vivenciadas. Tais atividades não são receitas prontas, são apenas sugestões. Ao final de cada minicurso sempre registramos pontos a serem melhorados.

As atividades mencionadas neste artigo encontram-se disponíveis no SoftMat (www.cefetcampos.br/softmat). Além dos temas matemáticos mencionados, também Matrizes e Determinantes já foram trabalhados em minicursos, utilizando o *software* Winmat (<http://math.exeter.edu/rparris/winmat.html>). Atividades para o estudo de cônicas também já foram elaboradas, as quais utilizam o *software* Wingeon (disponível em <http://math.exeter.edu/rparris/winggeom.html>).

As ações realizadas no projeto de pesquisa têm nos mostrado que para utilizar as TIC como recursos pedagógicos faz-se necessário um sólido conhecimento da área de domínio, algum conhecimento de Informática e de Informática Educativa. Não é necessário dominar profundamente a tecnologia a ser utilizada, para iniciar um trabalho com esta. Mas, isto requer, muitas vezes, desprendimento para reconhecer que não sabemos tudo e que podemos aprender com nossos alunos. Tudo isso torna o processo de ensino e aprendizagem muito rico, no qual o professor exerce a posição de mediador, construindo também os seus conhecimentos.

Referências Bibliográficas

- [1] S. C. F. Batista, “SoftMat: Um Instrumento em Prol de Posturas mais Conscientes na Seleção de Softwares para Matemática do Ensino Médio”, Dissertação (Mestrado em Ciências de Engenharia). Campos dos Goytacazes, RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF (2004).
- [2] L. Fagundes, Podemos Vencer a Exclusão Digital, *Revista Nova Escola*, 171 (2004), 24-26.
- [3] J. P. Ponte, H. Oliveira, J. M. Varandas, O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional, *J. P. da Ponte: Artigos e Trabalhos em Português*, 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Última consulta em: 12/04/05.
- [4] UNESCO, “Educação: um tesouro a descobrir – Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre educação para o século XXI”, São Paulo: Cortez; Brasília, DF: MEC, 2001.