

# Seqüências Invariantes à Transformada Discreta de Fourier e Aplicações

Ricardo M. Campello de Souza, Hélio M. de Oliveira e Marcia Mahon C. de Souza  
Departamento de Eletrônica e Sistemas – UFPE, C.P. 7.800, 50.711-970, Recife – PE  
e-mail: {ricardo, hmo, marciam}@ufpe.br

## RESUMO

A transformada de Fourier é, muitas vezes, interpretada como um operador linear  $F$ . Um problema interessante nesse cenário é a determinação, na linguagem de operadores, das chamadas autofunções [1]. Seja  $\mathcal{F}$  um espaço vetorial munido de uma transformação linear  $F: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ ,  $f \mapsto F(f)$ . Sob essa transformação, autofunções de  $F$  são soluções de  $F(f) = \lambda f$ , que correspondem, no caso da transformada contínua de Fourier, a  $F\{f(t)\} = \lambda f(\omega)$ , para algum  $f \in L^2(\mathbb{R})$ ,  $\lambda$  um escalar. A representação no tempo e na frequência desses sinais tem o mesmo formato. Numa representação conjunta tempo-frequência [2], isso representa um equilíbrio entre os dois domínios.

O objetivo deste trabalho é a investigação de autoseqüências da transformada discreta de Fourier (DFT) [3]. Uma seqüência cuja forma permanece inalterada pela DFT é dita ser uma seqüência invariante a DFT (SIDFT). Tais seqüências são atraentes para uso em aplicações que requerem a computação de sua DFT, uma vez que a complexidade computacional para se computar uma DFT de uma SIDFT é linear. Novos procedimentos sistemáticos para a geração de SIDFTs são apresentados. Em particular, um funcional gerador de seqüências invariantes de comprimento arbitrário é introduzido e algumas famílias dessas seqüências são caracterizadas em termos de estruturas algébricas. Mostra-se que os conjuntos de autoseqüências da DFT têm característica de um código de bloco linear sobre o corpo dos números reais. Uma análise detalhada de autoseqüências de comprimento quatro é apresentada e SIDFTs de comprimento  $N$  com componentes inteiras são construídas. Aplicações dessas seqüências invariantes como assinaturas de usuários para sistemas de transmissão sobre o canal real aditivo e em

codificação de canal sobre os reais, são propostas.

Um modelo de canal de comunicações bastante estudado é o canal binário aditivo com dois usuários. A versão considerada neste trabalho é o modelo de canal com dois usuários aditivos, porém com soma sobre os reais, o que será referenciado como 2-RAC.

Para ilustrar as idéias propostas em relação ao canal somador real, um novo sistema de transmissão de informação com dois usuários, baseado em SIDFTs, é apresentado. As seqüências dos dois usuários são ponderadas e combinadas no canal 2-RAC. O sistema de transmissão pode ser visto como uma generalização do sistema de espalhamento espectral por seqüência direta, o DS-CDMA, na qual ao invés de se “espalhar” um bit usando uma seqüência de assinatura,  $b$  bits são espalhados por uma seqüência de comprimento  $N$ .

A generalização desse sistema para um maior número de usuários está atualmente sob investigação.

## Referências

- [1] Pei, S-C. and Ding, J-J., Eigenfunctions of Linear Canonical Transforms, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50(1), pp. 11-26 (2002).
- [2] Qian, S. and Chen, D., Understanding Joint Time-Frequency Analysis, IEEE Signal Processing Magazine, vol. 15(2), pp. 53-67 (1999).
- [3] Oppenheim, A.V. and Schaffer, R. W., Discrete-Time Signal Processing, 2<sup>a</sup>. Ed., Prentice-Hall, New Jersey (1999).