

Simulação numérica de um sistema de sifões para captação de água para abastecimento

Edson Wendland

Departamento de Hidráulica e Saneamento, EESC, USP
São Carlos, SP, 13560-970
E-mail: ew@sc.usp.br

Rodrigo de Melo Porto

E-mail: rodrigo@sc.usp.br

Introdução

O sistema de captação de água para abastecimento da cidade de Essen (Alemanha) consiste de um conjunto de tanques para infiltração e tubulações para captação da água filtrada. Depois da pré-filtração, a água é distribuída nos tanques de filtração lenta através de uma rede de distribuição. No mapa da Figura 1 são apresentados os 16 tanques que compõe o sistema, com uma área total de infiltração de aproximadamente 240.000 m². A espessura da camada de areia desses filtros é de 1m. A água filtrada escoa através de uma camada de 7 a 10 m de cascalho (aluvião do Rio Ruhr) e é represada sobre uma camada impermeável do período Carbonífero. A camada de cascalho atua como uma esponja e acumula a água recarregada. Na base da camada de cascalho encontram-se, a uma profundidade de cerca de 8 m, tubulações de drenagem, nas quais a água é captada. As tubulações de captação estão conectadas a poços de acumulação. Estes por sua vez são interligados por sistemas de sifões que transportam a água para a estação de bombeamento. O sistema de sifões funciona pelo princípio de vasos comunicantes, igualando o nível nos diversos poços de acumulação e bombeamento conectados à rede.

Na Figura 1 pode ser observado que o sistema de sifões é interligado, o que inviabiliza uma estimativa sobre a direção e intensidade de fluxo em cada tubulação, sem o auxílio de modelação matemática ou experimental. Nesse caso é necessário determinar quais vazões são originárias de quais áreas do sistema de infiltração.

Neste artigo é descrita a modelação matemática desse problema. O modelo é baseado na aplicação da Equação de Bernoulli em todos os trechos do sistema de sifões. A implementação computacional dessa aproximação e sua aplicação prática também são apresentadas.

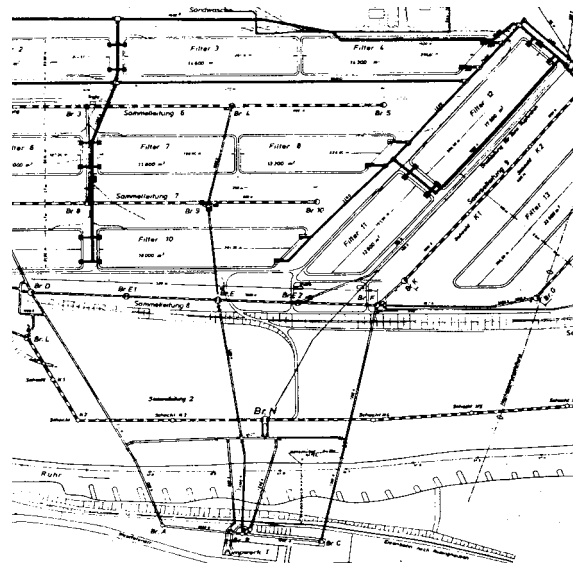


Figura 1: Planta esquemática da captação

Modelo conceitual

A instalação consiste em um sistema de sifões para o transporte de água pré-filtrada no solo de poços de acumulação para a estação de bombeamento.

Devido às diferentes inércias dos sistemas de bombeamento, sifonamento e escoamento subterrâneo, o sistema apresenta características dinâmicas. O nível d'água nos diferentes poços de acumulação varia com diferentes velocidades e mudanças de direção do escoamento, que nas tubulações podem

ocorrer. Somente após algum tempo de funcionamento do sistema pode estabelecer-se um regime de equilíbrio.

Em condições normais de operação de uma estação de captação, ocorrem contínuas flutuações de demanda. Atividades de limpeza e manutenção do sistema também ocorrem regularmente. Para isso, bombas são ligadas ou desligadas e válvulas são abertas ou fechadas. O cálculo da vazão bombeada sob essas condições estabelece as seguintes dificuldades:

- devido à variada ramificação do sistema de tubulações, o número de incógnitas do sistema varia continuamente;

- a direção de escoamento nas tubulações não pode ser definida *a priori*.

Esse processo dinâmico pode ser aproximado por um regime quasi-estacionário.

Para determinar a vazão em cada trecho do sistema de tubulações, a carga hidráulica em cada nó do sistema deve ser conhecida. Assim, o sistema pode ser decomposto em trechos independentes, com carga conhecida no início e final. A carga nos nós internos pode ser determinada através da aplicação do princípio da conservação de massa em cada nó do sistema. As velocidades nas tubulações resultam da aplicação da equação de energia (Bernoulli) em cada trecho considerado. Esse procedimento em um sistema com vários nós internos leva à construção de um sistema de equações não-lineares, uma vez que o fator de atrito depende da velocidade de escoamento e não pode ser fixado *a priori*. A solução do sistema de equações é obtida em um processo iterativo. Esse processo de cálculo fornece para cada instante considerado, a vazão quasi-estacionária no sistema de sifões.

A partir das suposições adotadas, a vazão, que escoar através do sistema de sifões, dependerá de dois conjuntos de dados de entrada:

1. das cargas hidráulicas nos nós externos do sistema (no presente caso, dos poços de acumulação) e
2. das dimensões das tubulações e respectivos fatores de atrito e coeficientes de perdas localizadas.

Com relação ao conjunto 1: devido a imposições operacionais, todos os poços considerados estão equipados com medidores de nível. Essas medições são necessárias para o gerenciamento do aquífero, uma vez que a

partir dessa informação e da demanda esperada (consumo na cidade), as vazões infiltradas no subsolo são determinadas. Além disso, os níveis nos poços devem ser continuamente monitorados, pois o rebaixamento além de um determinado nível provoca o risco de que o sifão succione ar e o escoamento seja interrompido.

Com relação ao conjunto 2: as dimensões das tubulações e os acessórios instalados são conhecidos, portanto os parâmetros físicos podem ser obtidos em tabelas da Literatura. No entanto, esses coeficientes são cercados de incertezas.

Utilizando os dados disponíveis, as vazões nos trechos podem ser determinadas com o auxílio de um código computacional. Para a verificação das vazões calculadas pelo programa podem ser utilizadas as vazões totais medidas por um equipamento indutivo (IDM), instalado na saída da estação de bombeamento. Deve ser observado que essa comparação de vazões só é válida quando o escoamento no sistema de sifões encontra-se em regime permanente.

Equação da energia (Bernoulli)

Todo sistema de tubulações pode ser representado por um conjunto de *nós* e *trechos*, que conectam os nós. Visando formular o processo de uma forma suficientemente geral (permitindo a inclusão de novos trechos ou abertura e fechamento de válvulas), todos os trechos serão discretizados de acordo com a convenção da

Figura 2.

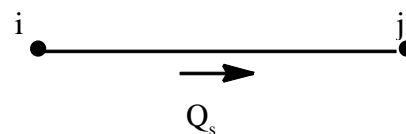


Figura 2: Trecho discretizado do sistema

A vazão Q_s em cada trecho é dada por

$$Q_s = v_s \cdot A_s \quad (1)$$

em que

v_s - velocidade no trecho s [m/s]
 A_s - seção transversal do trecho s [m²]

A aplicação da equação de Bernoulli para o trecho s entre os nós i e j resulta em:

$$\frac{v_s^2}{2g} + \frac{p_j}{\rho g} + z_j = \frac{v_s^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_i - h_{v_s} \quad (2)$$

em que

$$\begin{aligned} p_i &- \text{pressão no nó } i && [\text{N/m}^2] \\ z_i &- \text{cota do nó } i && [\text{m}] \\ h_{v_s} &- \text{perda de energia no trecho } s && \text{entre os nós } i \text{ e } j \\ &&& [\text{m}] \end{aligned}$$

Com a definição do potencial hidráulico

$$h = \frac{p}{\rho g} + z \quad (3)$$

a equação 2 resulta em

$$h_i - h_j = h_{v_s} = \frac{v_s^2}{2g} \xi_{tot_s} \quad (4)$$

ξ_{tot_s} representa a resistência total no trecho s , dada por

$$\xi_{tot_s} = \lambda_s \frac{l_s}{d_s} + \xi_s \quad (5)$$

e

$$\begin{aligned} \lambda_s &- \text{fator de atrito} && [-] \\ l_s &- \text{comprimento} && [\text{m}] \\ d_s &- \text{diâmetro da tubulação} && [\text{m}] \\ \xi_s &- \text{coeficiente de perdas localizadas} && \text{nos acessórios} \\ &&& [-] \end{aligned}$$

Assumindo que o escoamento é turbulento e hidráulicamente rugoso, o fator de atrito λ_s pode ser considerado constante.

A equação 4 formulada em termos da velocidade resulta em

$$v_s = \sqrt{(h_i - h_j) \frac{2g}{\xi_{tot_s}}} \quad (6)$$

Para esse trecho, a vazão pode ser determinada. Substituindo a equação 6 na equação 1, obtém-se

$$Q_s = A_s \sqrt{(h_i - h_j) \frac{2g}{\xi_{tot_s}}} \quad (7)$$

Essa equação pode ser formulada para todos os trechos do sistema.

Conservação da massa

A vazão no sistema de sifões pode ser determinada com base na Equação da Continuidade. Nos nós internos, com potencial hidráulico desconhecido, vale o princípio da conservação de massa. Essa exigência é demonstrada com o auxílio da malha esquematizada na Figura 3.

Nos nós 4 e 5, cujas cargas hidráulicas são desconhecidas, valem as relações:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \quad (8)$$

e

$$Q_4 + Q_5 + Q_6 = 0 \quad (9)$$

resultando em um sistema com 2 equações não-lineares e 2 incógnitas (h_4 e h_5), cuja solução permite a determinação das vazões nos trechos.

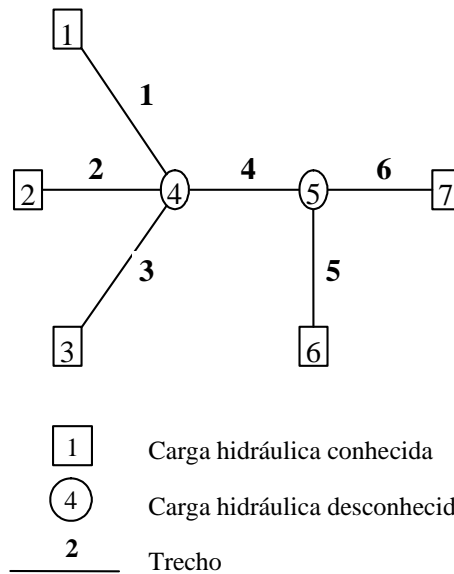


Figura 3: Rede ramificada

Para determinar as incógnitas do sistema de equações, recomenda-se linearizar as equações e resolver o sistema iterativamente

$$Q_s^v = (h_i^v - h_j^v) r_s^{v-1} \quad (10)$$

sendo o termo linearizado determinado a partir das cargas hidráulicas do passo anterior ($v-1$) do processo iterativo

$$r_s^{v-1} = \frac{1}{\sqrt{h_i^{v-1} - h_j^{v-1}}} A_s \sqrt{\frac{2g}{\xi_{tot_s}}} \quad (11)$$

As vazões desconhecidas são acopladas em um sistema de equações através do balanço de massa em cada nó i do sistema de sifões

$$\sum_{s=1}^N Q_s^v = 0 \quad (12)$$

em que N é o número de trechos conectados ao nó i . Se o valor da vazão calculada em um trecho for menor que zero, significa que a água escoa em direção contrária à adotada na formulação do modelo.

O processo iterativo é realizado até que uma precisão pré-estabelecida ε seja alcançada

$$\frac{Q_s^v - Q_s^{v-1}}{Q_s^v} \leq \varepsilon \quad (13)$$

O sistema de equações é resolvido pelo método de Gauss-Jordan [3]. De forma a acelerar a convergência do processo iterativo, é aplicado o método de Wegstein [2].

O algoritmo para solução do problema não-linear é resumido nos seguintes passos:

1. iniciar iteração $v = 1$;
2. estimar valor inicial da carga hidráulica nos nós internos h_i^{v-1} ;
3. calcular r_s^{v-1} para todos os trechos usando a equação 11;
4. calcular h_i^v a partir do sistema dado pela equação 12;
5. calcular Q_s^v para todos os trechos usando a equação 10;
6. verificar a convergência do processo, de acordo com a equação 13;
 - 6.1. para variação entre duas iterações sucessivas maior que ε , retornar ao passo 3;
 - 6.2. para variação entre duas iterações sucessivas menor que ε , parar a iteração.
7. calcular grandezas secundárias.

Análise de sensibilidade

O programa foi implementado em linguagem Pascal e incorporado ao processo de gerenciamento do sistema real

A análise de sensibilidade do software desenvolvido foi realizada para 4 cenários diferentes, variando os seguintes parâmetros:

- precisão do processo iterativo,
- número de iterações,
- valor inicial para os nós com carga hidráulica desconhecida,
- variação da carga hidráulica medida em alguns poços (m NN).

A precisão no cálculo iterativo foi variada entre 10^{-1} e 10^{-9} . Concluiu-se que a partir de uma precisão de 10^{-4} o resultado não sofre melhora significativa (Figura 4). Para os objetivos desta análise, a precisão de 10^{-5} foi considerada suficiente.

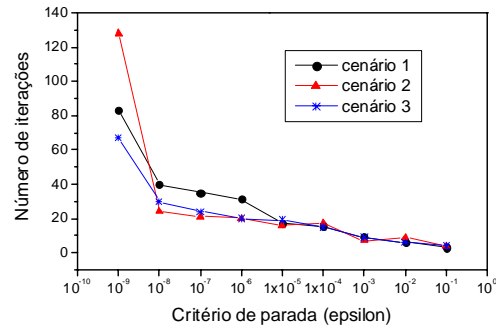


Figura 4: Número de iterações em função da precisão

O número máximo de iterações necessárias na análise de convergência foi de 166. Um erro relativo menor que 10^{-5} é obtido com menos de 20 iterações. Um esforço numérico adicional não apresenta resultados significativamente melhores no cálculo das vazões.

O valor inicial para os nós internos (com carga hidráulica desconhecida) tem grande influência na convergência do processo iterativo. A boa convergência é assegurada pelo processo de Wegstein [3].

De forma a documentar a influência das cargas medidas nos poços, foram simulados cenários em que o valor medido foi variado de -15cm a +15cm. Essa faixa de variação de 30 cm provoca uma alteração da vazão total calculada de 1700 m³/h a 3850 m³/h. Na Figura 5 são apresentados os resultados calculados em comparação com o

valor de vazão total observado (medido por indução magnética - IDM), em função da variação da carga hidráulica medida.

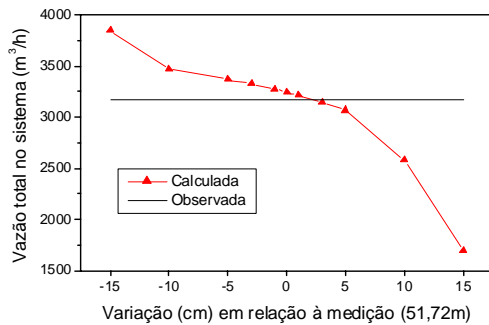


Figura 5: Vazões calculadas com variação na carga hidráulica medida

Essa variação representa uma discrepância entre vazões calculadas e observadas de +21,4% a -46,5%. Simulando com as cargas hidráulicas medidas, a discrepância é de apenas 2,3% (Tabela 1). Tendo em vista a incerteza na determinação dos fatores de atrito e de perdas localizadas, esse erro pode ser considerado aceitável.

Tabela 1: Vazões observadas e calculadas com variação de carga hidráulica medida

Carga hidráulica	Observada (m³/h)	Calculada (m³/h)	Variacão (%)
Medida	3170,5	3244,0	+ 2,3
+ 0,15m	3170,5	1695,0	- 46,5
- 0,15m	3170,5	3849,0	+ 21,4

Aplicação prática

A aplicação prática do programa desenvolvido mostrou que determinadas condições de contorno devem ser satisfeitas, de modo a obter boa concordância entre as vazões calculadas e medidas com um equipamento de indução magnética.

A medição exata das cargas hidráulicas nos poços é uma condição essencial para o cálculo exato no sistema de sifões. Eventuais erros de medição nos poços podem ser compensados, desprezando algumas leituras no processo iterativo. No entanto, de forma a assegurar a confiabilidade dos dados calculados pelo programa, é necessário calibrar regularmente as sondas de medição nos poços.

Essa experiência é apresentada de forma exemplar na Figura 6. No período entre 01.01 e 09.01, observa-se uma diferença sistemática entre valores observados e calculados. Após a calibração das sondas de medição das cargas hidráulicas nos poços, os valores de vazão passam a apresentar excelente concordância.

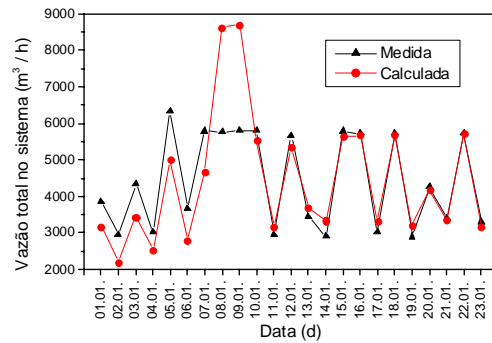


Figura 6: Comparação entre valores medidos (IDM) e calculados pelo software

Deve ser assegurado, também, que qualquer alteração do sistema como fechamento temporário de trechos, alteração construtiva das tubulações, instalação de acessórios, seja incluída na definição do modelo no código computacional.

Referências

- [1] Wendland, E. und Schmid, G.: "Berechnung der Fördermenge eines Heberleitungssystems", Relatório Técnico, Fakultät für Bauingenieurwesen, Ruhr-Universität Bochum, 1994.
- [2] Franks, R. G. E.: "Modeling and Simulation in Chemical Engineering" Wilmington: John Wiley & Sons, 411 p., 1972.
- [3] Hornbeck, R. W.: "Numerical Methods" New York: Quantum Publishers, Inc., 311 S., 1975.