Projeto de Seqüências de Assinatura para o canal 2-RAC com base em Autoseqüências da Transformada Discreta de Hartley

N.G.P. Pantaleão, H.M. de Oliveira
Universidade Federal de Pernambuco - Depto. de Engenharia Elétrica e Eletrônica,
50.740-530, Recife, PE
E-mail: naragisele@gmail.com hmo@ufpe.br

RESUMO

Um modelo de canal de comunicações bem estabelecido é o canal binário aditivo de dois usuários, 2-BAC [1]. Neste trabalho, considera-se um canal similar, no qual a adição é realizada sobre os números reais (2-RAC). Esta variante foi explorada em [2], usando a Transformada Discreta de Fourier (DFT). Outra transformada relacionada com a DFT, atrativa em aplicações, é a Transformada Discreta de Hartley (DHT) [3]. A DHT de uma seqüência $x[n]$ é outra seqüência $X[k]$ real de comprimento N com elementos dados por: $X[k]=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\mathrm{cas}\left(\frac{2\pi}{N}k.n\right)$, $k=0,\ldots,N-1$, em que $\mathrm{cas}(x):=\cos(x)+\mathrm{sen}(x)$ é o núcleo cassoidal de Hartley [3]. Este trabalho investiga sinais de formato invariante sob a DHT, conduzindo a uma classe de auto-seqüencias do operador discreto de Hartley [4]. Tais seqüências invariantes são usadas como seqüências de assinatura para o 2-RAC. Sejam $x_1[n]\leftrightarrow X_1[k]$ e $x_2[n]\leftrightarrow X_2[k]$ as auto-seqüencias pertencentes aos subespaços V_N^+ e V_N^-, associados aos autovalores positivos e negativos da DHT. Elas são alocadas aos usuários 1 e 2, respectivamente. A estrutura dos autovalores de DHTs de comprimento N foi avaliada, mostrando que apenas dois autovalores distintos são possíveis, expressos por $\pm\sqrt{N}$. Desde que existem N autovalores para o operador Hartley de comprimento N, há multiplicidade para qualquer DHT de comprimento maior que 2. A tabela a seguir sumariza as multiplicidades dos autovalores em função do comprimento N da DHT.

N	autovalores	multiplicidade
$4m$	$\sqrt{4m}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m}$	$2m-1$
$4m+1$	$\sqrt{4m+1}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m+1}$	$2m$
$4m+2$	$\sqrt{4m+2}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m+2}$	$2m+1$
$4m+3$	$\sqrt{4m+3}$	$2m+2$
	$-\sqrt{4m+3}$	$2m+1$

A partir da seqüência soma $x_1[n]+x_2[n]$ é possível recuperar as seqüências individuais dos usuários. De $y[n]\leftrightarrow Y[k]$, tem-se $y[n]=x_1[n]+x_2[n]$ $Y[k]=X_1[k]+X_2[k]$. Mostra-se que as seqüências dos usuários são recuperadas via

$$x_1[n]=\frac{y[n]+Y[n]}{2},\quad x_2[n]=\frac{y[n]-Y[n]}{2}.$$

Referências

[1] R.A. Ahlswede, V.B. Balakirsky, “Construction of Uniquely decodable Codes for the Two-User Binary Adder Channel”, *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 45, pp. 326-330, Jan. 1999.

[2] R.M.C. Souza, H.M. de Oliveira, “Eigensequences for Multiuser Communication over the Real Adder Channel“,*VI Int. Telecomm. Symp.* (ITS2006), September 3-6, Fortaleza, Brazil.

[3] R.V.L. Hartley, A More Symmetrical Fourier Analysis Applied to Transmission Problems, *Proc. IRE*, 30(1942), pp. 144-150.

[4] S-C. Pei, J-J. Ding, “Eigenfunctions of Linear Canonical Transform”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 50, Jan., pp.11-26, 2002.