

Resolução numérica de EDPs via método dos volumes finitos utilizando um método de reconstrução de alta ordem baseado em mínimos quadrados

Bruno Félix Rezende Ribeiro*

Universidade Federal de Uberlândia - Faculdade de Matemática
38408-100, Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG
E-mail: oitofelix@gmail.com

Alessandro Alves Santana

Universidade Federal de Uberlândia - Faculdade de Matemática
38408-100, Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG
E-mail: alessandro@famat.ufu.br

RESUMO

Muitos fenômenos físicos são modelados, representados matematicamente, por equações diferenciais parciais (EDPs). São exemplos: Equação de Advecção-Difusão, Equação do Calor, Equações de Navier-Stokes, Equação da Onda, etc. O processo de resolução de tais equações em problemas práticos por vias analíticas só é possível em poucos casos, exigindo portanto a aplicação de métodos numéricos para superar a limitação das técnicas analíticas. É justamente a aplicação de técnicas numéricas que fornecem embasamentos para tomadas de decisões no desenvolvimento de novos produtos tecnológicos. Para exemplificar, as Equações de Navier-Stokes, que é um conjunto de equações que governam fenômenos de escoamento de fluidos, são utilizadas dentro de um processo conhecido como métodos de otimização de aerodinâmica, que são técnicas numéricas aplicadas no desenvolvimento de formas aerodinâmicas de aeronaves que satisfaçam determinadas propriedades físicas, como por exemplo, o coeficiente de arrasto.

Existem vários métodos de resolução numérica de EDPs. São exemplos: métodos de diferenças finitas (MDF), métodos dos elementos finitos (MEF) e método dos volumes finitos (MVF). Esse último método é bastante aplicado, tanto é que existem vários softwares comerciais, chamados solvers, que em sua implementação foi utilizada a referida técnica computacional para resolver EDPs com o objetivo de simular problemas que envolvam escoamento de fluidos. Para exemplificar, *Fluent* e *CFD++* são solvers de EDPs comerciais que utilizam o MVF. Existem também solvers de EDPs gratuitos, sendo *Free CFD* um exemplo.

O MVF tem dois atrativos no tange a sua aplicação na resolução numérica de EDPs que governam fenômenos físicos: conservação da média da propriedade física em estudo em cada volume de controle e a adaptatividade na forma geométrica dos volumes de controle (formato triangular e quadrangular, por exemplo). Esse último atrativo facilita a adaptação de malhas, e portanto a discretização, de domínios com formas complexas.

O MVF utiliza formulação integral e exige o cálculo dos fluxos, de uma dada propriedade física em estudo, nas faces dos volumes de controle. Para calcular esses fluxos é necessário a aplicação de uma técnica de reconstrução. Dentre as técnicas existentes, Gooch nas referências [1, 2] apresenta uma metodologia de reconstrução de alta ordem baseada em mínimos quadrados para ser aplicada em malhas não-estruturadas de triângulos. Tal técnica pode ser aplicada para condições de fronteira de Dirichlet, Neumann e Robin.

*bolsista de Iniciação Científica PET MEC/SESu

Assim sendo, o presente trabalho consistiu no estudo do método de reconstrução de alta ordem desenvolvido por Gooch [1, 2], e em sua aplicação na resolução numérica da equação de Poisson via MVF. A referida EDP foi resolvida em malhas não-estruturadas de triângulos, com variados graus de refinamento, sendo essas malhas geradas por um software desenvolvido no INRIA na França chamado *emc2*. Como referência adicional de estudo foi utilizado o trabalho de Van Altena [3], que também empregou a referida técnica de reconstrução. A ligação entre a teoria matemática do método de reconstrução e o código implementado foi verificada através da análise computacional da ordem de precisão.

Palavras-chave: *método dos volumes finitos, método de reconstrução de alta ordem, método dos mínimos quadrados, malha não-estruturada*

Referências

- [1] C.O. Gooch e M.V. Altena, A High-Order Accurate Unstructured Mesh Finite-Volume Scheme for the Advection-Diffusion Equation, *Journal of Computational Physics*, 181:729-752, 2002.
- [2] C.O. Gooch, A. Nejat e K. Michalak, On Obtaining High-Order Finite-Volume Solutions to the Euler Equations on Unstructured Meshes, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Forty-Sixth Aerospace Sciences Meeting, 2008.
- [3] M.V. Altena, “High-Order Finite Volume Discretisations for Solving a Modified Advection-Diffusion Problem on Unstructured Triangular Meshes”, *University of Waterloo*, PhD thesis, 1999.